



Pensamiento Matemático I

CECyTE Baja California

DIRECCIÓN GENERAL

Av. Panamá #199,

Colonia Cuauhtémoc Sur

Teléfonos 01 (686) 9055600 al 08

Correo electrónico docencia@cecytebc.edu.mx

Página web: www.cecytebc.edu.mx

Datos de catalogación

Autores y Autoras:

Ayala Rodríguez Emma

Chagala de la Cruz Adriana

Meuly Soto Claudia Sofía

Portilla Tejeda Filiberto

Revisión técnica:

Tello Huitron Susano

En la integración de este material participó:

Torres Cota Alejandra

Diseño de Portada:

Delgado Vásquez Dennis Patricia

Pensamiento Matemático I

Primera edición

Colegio de Estudios Científicos y Tecnológicos del Estado de Baja
California 2024

ISBN: En trámite

Área:



DATOS DE IDENTIFICACIÓN

NOMBRE DEL ALUMNO: _____

PLANTEL: _____

DOCENTE: _____

GRUPO: _____ GRADO: _____ TELÉFONO: _____

E-MAIL: _____

ÍNDICE

PÁGINA

PARCIAL 1

PROGRESIÓN 1

8

CONCEPTOS BÁSICOS (MUESTRA, POBLACIÓN, ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD)	10
TIPOS DE VARIABLES.....	12
RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN.....	13

PROGRESIÓN 2

14

OPERACIONES DE CONJUNTOS.....	15
OPERACIONES CON CONJUNTOS.....	17
DIAGRAMAS DE ÁRBOL (DEFINICIONES Y CONCEPTOS).....	19
TEOREMA DE BAYES (DEFINICIONES Y CONCEPTOS).....	21

PROGRESIÓN 3

23

PROBABILIDAD PARA EVENTOS.....	25
EQUIPROBABILIDAD.....	26

PROGRESIÓN 4

29

PERMUTACIONES.....	30
COMBINACIONES.....	34

PROGRESIÓN 5

37

DIAGRAMA DE ÁRBOL (EJEMPLOS Y EJERCICIOS).....	38
TEOREMA DE BAYES (EJEMPLOS Y EJERCICIOS)	40

PARCIAL 2

PROGRESIÓN 6

44

TIPOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS.....	49
MANEJO DE DATOS.....	51

PROGRESIÓN 7	60
REPRESENTACIÓN E INTERPRETACIÓN Y TIPOS DE GRAFICAS	62
PROGRESIÓN 8	69
COEFICIENTE DE REGRESIÓN LINEAL	70
PROGRESIÓN 9	78
VARIABLES CUANTITATIVAS Y ANÁLISIS DE CASOS	79
PROGRESIÓN 10	86
SESGO	87
CURTOSIS	88
PARCIAL 3	
PROGRESIÓN 11	96
RECOLECTA INFORMACIÓN Y ANALIZA DATOS CON RESPECTO A UNA MUESTRA	97
PROGRESIÓN 12	104
ESTUDIO OBSERVACIONAL	105
ESTUDIO EXPERIMENTAL	106
PROGRESIÓN 13	111
MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL	114
MEDIDAS DE DISPERSIÓN Y DISPERSIÓN RELATIVA: PARA DATOS AGRUPADOS ...	118
PROGRESIÓN 14	125
CAMPANA DE GAUSS	126
PROGRESIÓN 15	134
PROPIEDADES DE DISTRIBUCIÓN.....	135
SENTIDO DE LA ESTADÍSTICA INFERENCIAL	138
REFERENCIAS	142

PRESENTACIÓN

El libro de **Pensamiento Matemático I** ofrece a los estudiantes las herramientas necesarias para el desarrollo de un pensamiento flexible y crítico, el cual les será de utilidad sea cual sea el rumbo que elijan al finalizar el bachillerato, tanto si deciden continuar con sus estudios profesionales, así como si optan por incorporarse al mercado de trabajo.

Se concibe al pensamiento matemático de manera amplia: la matemática deja de ser únicamente un conjunto de algoritmos que muchas veces son aplicados de manera mecánica y descontextualizada, para convertirse en un medio a través del cual el estudiantado pueda trabajar en la adquisición y mejoramiento de habilidades y destrezas del pensamiento tales como observar, intuir, conjeturar, argumentar, la capacidad para modelar y entender, a través del lenguaje matemático, algunos fenómenos sociales, naturales e incluso de su vida personal.

El libro aborda conocimientos fundamentales de probabilidad y estadística, dos áreas de las matemáticas que son cada vez más relevantes en el mundo actual. Al adquirir habilidades en probabilidad y estadística, los estudiantes estarán preparados para enfrentar cualquier desafío en un mundo cada vez más basado en datos.

El material que tienes en tus manos es un claro ejemplo del esfuerzo, dedicación y entusiasmo del personal docente que participó en la elaboración del contenido.



1

PARCIAL





Discute la importancia de la toma razonada de decisiones, tanto a nivel personal como colectivo, utilizando ejemplos reales o ficticios y de problemáticas complejas que sean significativas para valorar la recolección de datos, su organización y la aleatoriedad. Se busca llevar al estudiantado a que aprecie el poder de la matemática y el pensamiento estadístico y probabilístico. En este punto no se espera que se resuelvan las problemáticas abordadas.

Meta de aprendizaje

M1 Observa y obtiene información de una situación o fenómeno para establecer estrategias o formas de visualización que ayuden a entenderlo.

Categoría

C2 Procesos de intuición y razonamiento.

Subcategoría

S1 Capacidad para observar y conjeturar.

Contenido

1. Conceptos básicos (Muestra, población, definición de estadística y de probabilidad).
2. Tipos de variables.
3. Recolección de información (Población, Muestra, clase, distribución de frecuencia).



Enganchamos

¡Un poco de historia!

La Estadística ha estado presente en la historia de la humanidad desde las antiguas civilizaciones. Por ejemplo, en el Antiguo Egipto, debido a las inundaciones del río Nilo, se efectuaban trabajos censales que permitían conocer el reparto de la propiedad y de los bienes, para que fueran restituidos después de las inundaciones. También los griegos levantaban censos de población y de propiedad. Por su parte, en la época del Imperio romano se realizaban censos de bienes y de personas de los pueblos sometidos con el objeto de recolectar impuestos (Bonilla, 1995).



¡Es interesante!

En términos de salud, la **esperanza de vida al nacer en México ronda los 75 años**, seis años menos que el promedio de la OCDE de 81 años. La esperanza de vida de las mujeres es de 78 años, frente a los 72 de los hombres. **El nivel de PM_{2,5} atmosférico** (partículas contaminantes del aire lo suficientemente pequeñas como para entrar y causar daño a los pulmones) es **de 20,3 microgramos por metro cúbico**, muy por encima del promedio de la OCDE de 14 microgramos por metro cúbico. En México, **el 75% de las personas dicen estar satisfechas con la calidad de su agua**, cifra inferior al promedio de la OCDE de 84%.



Compleméntate

<https://www.oecdbetterlifeindex.org/countries/mexico/>

La Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) es una organización internacional que trabaja para construir mejores políticas para una **vida mejor**.

Desde mejorar el desempeño económico y crear empleos hasta fomentar una educación sólida, **brinda un foro y centro de conocimiento únicos para datos y análisis**, intercambio de experiencias, intercambio de mejores prácticas y asesoramiento sobre políticas públicas y **establecimiento de estándares internacionales**.

Para que esta organización internacional establezca y defina la situación de los países que son parte de su organización utiliza la **estadística** y para comenzar a entenderla es importante conocer algunos conceptos básicos.



Explicamos

Conceptos básicos.

Estadística: es la ciencia que ayuda a recopilar, analizar e interpretar información muy diversa. Busca darle sentido a ésta información para ayudar a tomar decisiones.

La información estadística la podemos obtener de diferentes fuentes. Hay fuentes directas, como las entrevistas y encuestas, y fuentes indirectas, como los datos de los periódicos o los informes de organismos nacionales como el Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI), el Consejo Nacional de Población (Conapo) e internacionales como la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económicos (OCDE) o la Organización Mundial de la Salud (OMS), entre muchas otras.

En Estadística hay dos conceptos fundamentales: la población y la muestra.



Población: Es el conjunto de elementos que interesa analizar.

Muestra: Un grupo de elementos o subconjunto representativo de la población a partir del cual se pretende realizar inferencias respecto a la población de donde procede.

Censo: Es el estudio de todos los elementos de una población. En México se realiza el censo de población cada 10 años.

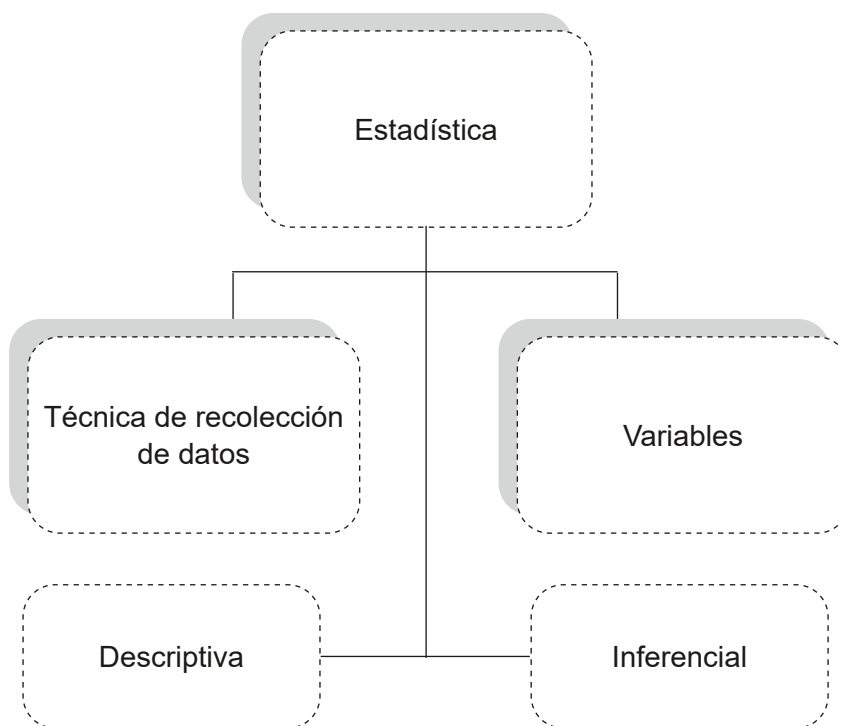




¿Sabías que?

Tras realizar una muestra estadística, los epidemiólogos **Richard Doll** y **Bradford Hill** demostraron que fumar era el principal factor de riesgo para desarrollar cáncer pulmonar. Por lo que del análisis exhaustivo de una muestra puedes inferir el comportamiento de toda la población sin conocerla en su totalidad.

La estadística se divide en dos grandes partes muy importantes:



Estadística descriptiva: conjunto de procedimientos para organizar, resumir y analizar un conjunto de datos.

Estadística inferencial: conjunto de procedimientos cuya finalidad es obtener conclusiones respecto a la población a partir de datos observados en muestras.

Tipos de datos o variables estadísticas.

Variable: característica de la población o de la muestra, cuya medida puede cambiar de valor.

Se puede decir que existen variables:

Variables cualitativas: las variables cualitativas son aquellas que no presentan valores numéricos sino características o cualidades que expresan **particularidades** o modalidades.

Ejemplos:

- Profesión: Contador, arquitecto, psicólogo, etc.
- Religión: Católico, adventista, etc.
- Género: Femenino, masculino, hombre, mujer.

Variables cuantitativas: las variables cuantitativas expresan cantidades numéricas y mensurables, estas a su vez pueden ser variables discretas o variables continuas.

Variable discreta: se denomina variable discreta a aquella variable que tiene un número finito de valores posibles. Algunos ejemplos podrían ser:

- El número de hijos de una mujer (1, 2 ó 3, etc.).
- Los planetas del sistema solar.
- La cantidad de alumnos de una escuela.

Variable continua: una variable continua es usada en diferentes campos de investigación para representar una cantidad infinita de valores, que pueden ser valores intermedios, dentro del intervalo dos valores exactos, los cuales se pueden representar mediante números decimales.

Son las que resultan de medir (estatura, peso, talla, distancia de un lugar a otro, etc.).

Recolección de la información.

Recolección de datos: como ya sabes, ahora la estadística se encarga de la recopilación, organización, análisis e interpretación de la información. Como verás, la recolección de los datos es la primera de estas etapas. Para recolectar información puedes recurrir a fuentes directas o indirectas. En el caso de las fuentes directas, hay diferentes herramientas para recolectar información. Algunas técnicas de recolección de datos, como la observación, la entrevista y la encuesta.

Observación

Proceso que se realiza para dar seguimiento al fenómeno que se desea analizar. Para hacerlo se utiliza una guía de cuáles son los aspectos que se deben observar.

Encuesta

Puede ser auto aplicada (la persona encuestada la llena por sí misma), o puede ser llenada por el otro (conocido como encuestador) el cual va llenando el formulario. Las preguntas generalmente son cerradas (sí o no, poco, mucho, nada, etc.).

Entrevista

Se realiza siguiendo un guion de preguntas previamente establecidas, según el fenómeno que se está estudiando. Puede ser abierta (sólo se dice el tema general y se permite al entrevistado hablar libremente al respecto) o semiestructurada (se lleva un guion con las preguntas que se desean conocer, pero hay flexibilidad para decidir cuáles utilizar al momento de realizar la entrevista).



2

PROGRESIÓN

Identifica la incertidumbre como consecuencia de la variabilidad y a través de simulaciones considera la frecuencia con la que un evento aleatorio puede ocurrir con la finalidad de tener más información sobre la probabilidad de que dicho evento suceda.

Meta de aprendizaje

M1 Observa y obtiene información de una situación o fenómeno para establecer estrategias o formas de visualización que ayuden a entenderlo.

M2 Desarrolla la percepción y la intuición para generar conjeturas ante situaciones que requieren explicación o interpretación.

Categoría

C2 Procesos de intuición y razonamiento.

Subcategoría

S1 Capacidad para observar y conjeturar.

S2 Pensamiento intuitivo.

Contenido

1. Operaciones de conjuntos.
2. Diagrama de Venn.
3. Diagramas de árbol (Definiciones y conceptos).
4. Teorema de Bayes (Definiciones conceptos).

Operaciones de conjuntos.

Conceptos básicos.

Conjunto: de acuerdo a Spiegel, un conjunto es una colección de objetos llamados miembros o elementos del conjunto. Algunos sinónimos de conjunto son: clase, grupo y colección.

Para Marques, un conjunto es un agregado o colección de objetos de cualquier naturaleza con características bien definidas de manera que se puedan distinguir todos sus elementos. A los objetos que lo componen se les llama elementos del conjunto.

Por ejemplo: el conjunto de días de la semana, el conjunto de las vocales, el conjunto de los números reales, el conjunto de valores que se pueden obtener al lanzar un dado, etc.

Tomando el ejemplo del lanzamiento de un dado, se tiene que este caso es un experimento que tiene como resultado los valores: 1, 2, 3, 4, 5 y 6. Si quisiéramos saber cuál es la posibilidad de que aparezca un 1 o un 6 en el dado, estaríamos empleando la probabilidad a este conjunto o experimento. Es por ello, que la teoría de conjuntos es aplicada a la probabilidad como veremos más adelante.

Notación de conjuntos: se usan letras mayúsculas para denotar o indicar un conjunto.

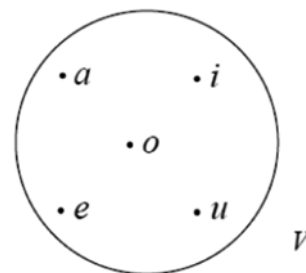
Ejemplo de las cuatro formas de enunciar a un conjunto:

- **Descripción verbal:** breve descripción verbal del conjunto
V= Las letras vocales de nuestro alfabeto
- **Por extensión:** los elementos son encerrados entre llaves separados por comas $V = \{A, E, I, O, U\}$.
- **Por comprensión:** los elementos se determinan a través de una condición que se establece entre llaves en este caso se emplea: el símbolo $|$ que se lee o significa “tal que”.

$V = \{x \mid x \text{ es un vocal de nuestro alfabeto}\}$

Lo anterior se lee: X tal que X es una vocal de nuestro alfabeto

- **Por diagrama de Venn:** región cerrada que denota el contenido del conjunto o conjuntos, se utiliza un rectángulo cerrado y los elementos del conjunto dentro de un círculo como se observa en la imagen.



Tipos de Conjuntos.

Conjunto vacío: un conjunto vacío o nulo es aquel que no posee elementos y se denota entre llaves vacías o con un círculo negado, es decir: $\emptyset$

Ejemplos de conjuntos vacíos o nulos:

$\{ \} =$ Los humanos que viven en Marte.

$\emptyset =$ Las mujeres mayores de 500 años que viven en Mexicali.

$\{ \} =$ Los dinosaurios del bosque de la ciudad.

Conjunto universal: contiene a todos los elementos bajo consideración del universo se utiliza la letra U para denotarlo y gráficamente se representa por un rectángulo.

Ejemplos:

U= Todos los días de la semana.

A= Los días de la semana inglesa.

B= Los días del fin de semana.

Conjuntos Finitos: son los que tienen un número conocido de elementos.

Ejemplos:

- El conjunto de números que aparecen al lanzar un dado.
- El conjunto de días de la semana.
- El conjunto de las vocales.
- El conjunto de los enteros positivos menores que 10.

Conjunto infinito: son los que tienen un número ilimitado de elementos.

Ejemplos:

- El conjunto de los números reales.
- El conjunto de los números reales entre 2 y 5

Conjuntos iguales: al menos dos conjuntos son iguales, si tienen exactamente los mismos elementos.

Ejemplos:

$D = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$

$S = \{ x \mid x \text{ es un dígito} \}$

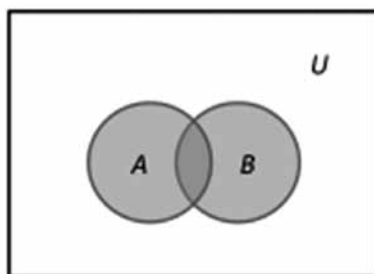
Por lo tanto, se puede afirmar que $D = S$.

Operaciones con conjuntos.

Unión de conjuntos: el conjunto de todos los elementos que pertenecen a A o a B, o tanto a A como a B sin repetir elementos, se llama la unión de A y B y se escribe $A \cup B$, esto por comprensión es:

$$A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ o } x \in B \}$$

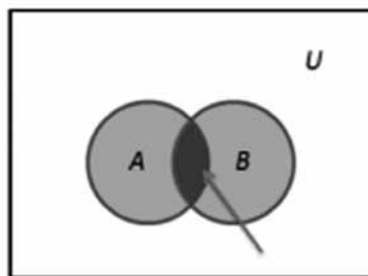
Gráficamente:



Intersección de conjuntos: el conjunto de todos los elementos que pertenecen simultáneamente a A y B se llama la intersección de A y B y se escribe $A \cap B$. Esto por comprensión es:

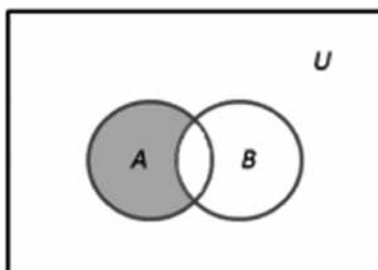
$$A \cap B = \{ x \mid x \in A \text{ y } x \in B \}$$

Gráficamente:

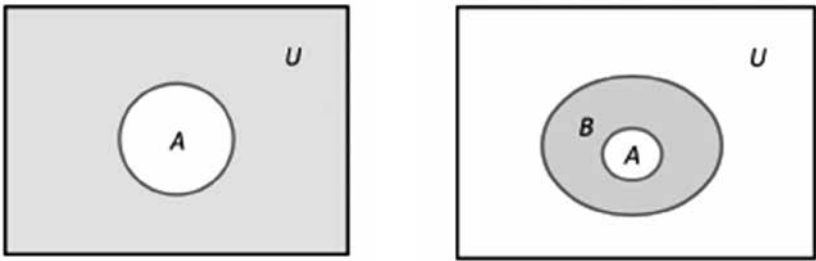


Diferencia de conjuntos: el conjunto que consiste en todos los elementos de A que no pertenecen a B se llama la diferencia de A y B y se escribe $A - B$.

Gráficamente:



Complemento de un conjunto: son todos los conjuntos no en A y se escribe A' . En la figura corresponde al área sombreada.

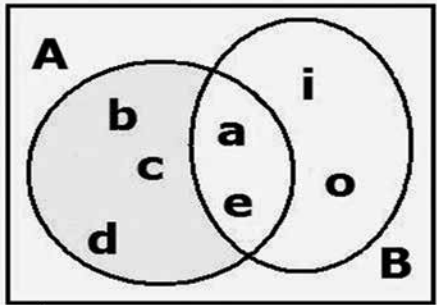


El concepto de conjunto es fundamental para el estudio de la probabilidad, la estadística y de la matemática en general, ya que se utiliza para realizar experimentos o pruebas que conduzcan a un resultado.



Elaboramos

Instrucciones: observe el siguiente diagrama de Venn y resuelva las operaciones que se indican entre los conjuntos dados.



$A \cup B =$

$A \cap B =$

$A - B =$

$A' =$

$B - A =$

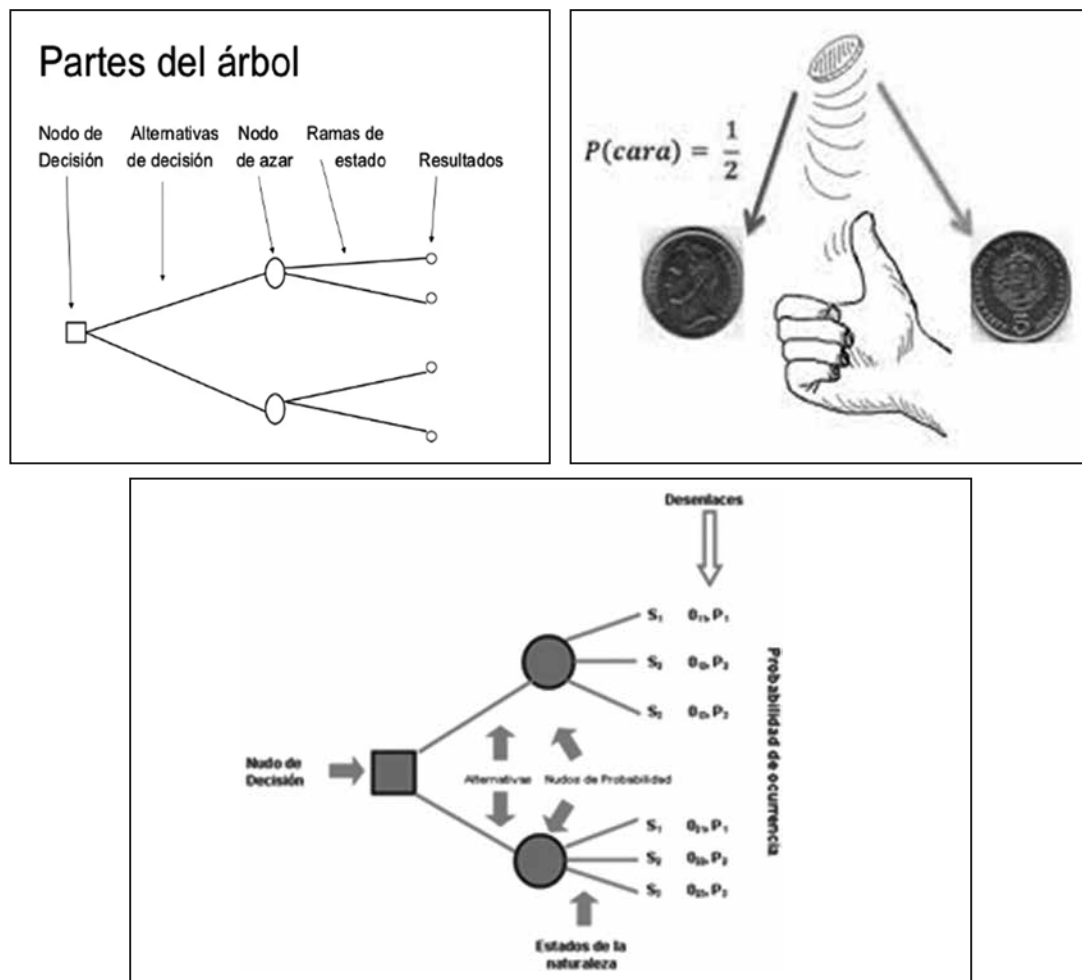
$B' =$

Diagrama de árbol o árbol de decisión.

Un **Diagrama de Árbol** es una valiosa e importante herramienta para visualizar y analizar escenarios o sucesos y calcular la probabilidad de que estos ocurran.

La construcción de un diagrama de árbol comienza asignando una rama para cada posible **resultado o evento**, acompañada de su respectiva probabilidad.

En el extremo de cada rama parcial, se crea un **nodo** que representa un punto de decisión o evento dando origen a nuevas ramas que representan las posibles opciones futuras o subsiguientes.



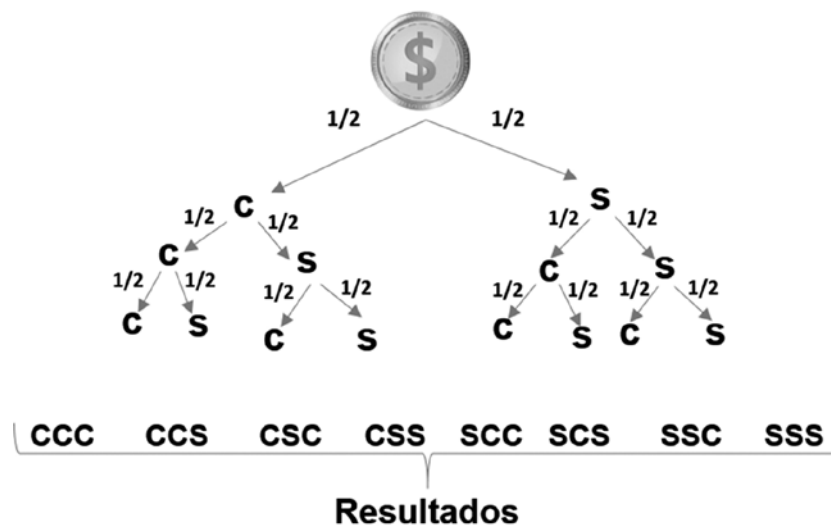
Un ejemplo simple y sencillo de un diagrama de árbol es cuando de lanzar una moneda esta solo tiene dos opciones al caer: cara($\frac{1}{2}$) o sello ($\frac{1}{2}$) y la suma de estas posibilidades es 1.

Características de un árbol de decisión.

- Plantea el problema desde distintas perspectivas de acción.
- Permite analizar de manera completa todas las posibles soluciones.
- Provee de un esquema para cuantificar el costo del resultado y su probabilidad de uso.
- Ayuda a realizar las mejores decisiones con base a la información existente y a las mejores suposiciones.
- Su estructura permite analizar las alternativas, los eventos, las probabilidades y los resultados.

Veamos otro ejemplo.

En el ejemplo se construye un árbol donde se calcula la probabilidad de obtener **al menos** un sello al lanzar 3 veces una moneda común.



Analizando los resultados, se observa que han quedado 8 resultados posibles, de los cuales solo un resultado no tiene 'al menos' un sello, que ocurre cuando al lanzar tres veces la moneda siempre se obtuvo cara, es decir el resultado queda CCC, por lo tanto, la posibilidad de obtener 'al menos' un sello al lanzar tres veces una moneda común es $\frac{7}{8}$ (7 de 8 resultados) que es equivalente a decir, que se tiene el 87.5 % de probabilidad de sacar **al menos** un sello al lanzar 3 veces una moneda común.

También se puede observar que en cada rama del árbol la probabilidad es de $\frac{1}{8}$ que equivale al 12.5 % y sumadas las probabilidades nos dan el 1 es decir $\frac{8}{8}$ o el 100 % de probabilidades, es decir, la suma de los resultados posibles.

Te dejamos aquí algunas ligas de videos que te pedimos visitar, escribe en tu cuaderno cada uno de los ejemplos que ahí se explican para con ello tener una mejor idea de la aplicación de estos diagramas en situaciones reales.



Exploramos

Teorema de Bayes

¿Dónde se utiliza el teorema de Bayes en la vida cotidiana?

Supongamos que un paciente se realiza una prueba médica y obtiene un resultado positivo para una enfermedad. El **Teorema de Bayes** se utiliza para ajustar la probabilidad de que realmente tenga la enfermedad, teniendo en cuenta factores como la prevalencia de la enfermedad y la precisión de la prueba.

- Te invitamos a revisar los siguientes **códigos QR**, donde podrás tener información adicional.



Teorema de Bayes
introducción.



Ejemplo



Ejemplo



Teorema de Bayes.



Evaluamos

Evaluación Diagnóstica



1.-De la siguiente lista de variables identifica las que son discretas o continuas:

- a) Temperaturas registradas cada hora por el observatorio _____
- b) Número de hijos de 50 familias _____
- c) Edades de los mexicanos en el censo _____
- d) Estatura de los estudiantes de tu escuela _____
- e) Días del año _____
- f) Goles en un partido de futbol _____

2.- Escribe 5 ejemplos que correspondan a una muestra y 5 a una población.

3.- Dibuje el diagrama de Venn y resuelva las siguientes operaciones entre los conjuntos dados:

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$C = \{7, 8, 9\}$$

$$A \cup B =$$

$$A \cup C =$$

$$B \cup C =$$

$$A \cap B =$$

$$A \cap C =$$

$$B \cap C =$$

Identifica la equiprobabilidad como una hipótesis que, en caso de que se pueda asumir, facilita el estudio de la probabilidad y observa que cuando se incrementa el número de repeticiones de una simulación, la frecuencia del evento estudiado tiende a su probabilidad teórica.

Meta de aprendizaje

M1 Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas matemáticos, de las ciencias y de su entorno.

M1 Selecciona un modelo matemático por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar una situación, fenómeno o resolver un problema tanto teórico como de su contexto.

M1 Describe situaciones o fenómenos empleando rigurosamente el lenguaje matemático y el lenguaje natural.

Categoría

C1 Procedural.

C3 Solución de problemas y modelación.

C4 Interacción y lenguaje matemático.

Subcategoría

S1 Elementos aritmético-algebraicos.

S4 Manejo de datos e incertidumbre.

S1 Uso de modelos.

S1 Registro escrito, simbólico, algebraico e iconográfico.

S2 Negociación de significados.

S3 Ambiente matemático de comunicación.

Contenido

1. Probabilidad para eventos.
2. Equiprobabilidad.





Exploramos



ACTIVIDAD:



Instrucciones: de acuerdo a lo visto en temas anteriores, responde las siguientes preguntas.

1.- ¿Qué es un experimento?

2.- Para ti, ¿Qué es la probabilidad?

3.- Si lanzas una moneda, ¿Cuál es la probabilidad de que salga águila?

4.- ¿Quién tendrá más oportunidad de ganar, aquel que apuesta a que en un dado de seis caras saldrá un número par o aquel que apuesta a que salga un número impar?



Comenta tus respuestas con las de tus compañeros.



Explicamos

Probabilidad para eventos

Hay eventos que suceden dentro de nuestro entorno que no son simple casualidad, por el contrario, son resultado de un conjunto de factores que permitieron que sucediera la situación. Por ejemplo, al realizar un examen sin un previo estudio de temas o ejercicios es muy probable obtener una nota no favorable, otro ejemplo, si en la mañana al salir de casa vemos el cielo nublado, es probable que te regreses por un paraguas, esta acción tan normal tiene una justificación sencilla. Estas situaciones son temas propios de una rama de las matemáticas llamada probabilidad.

La probabilidad tiene una serie de conceptos que es necesario analizar:

Experimento: cualquier procedimiento que puede repetirse infinitamente y tiene un conjunto bien definido de resultados posibles, conocido como espacio muestral. Se dice que un experimento es aleatorio si tiene más de un resultado posible y determinista si tiene sólo uno.

Experimentos Determinísticos: son aquellos en donde no hay incertidumbre acerca del resultado que ocurrirá cuando éstos son repetidos varias veces.

Experimentos Aleatorios: son aquellos en donde no se puede anticipar el resultado que ocurrirá, pero si se tiene una completa idea acerca de todos los resultados posibles del experimento cuando éste es ejecutado.

Por otra parte, es importante recordar que el **espacio muestral** es una parte del espacio probabilístico. Como su propio nombre indica, está formado por los elementos de la muestra. Al contrario, el espacio probabilístico engloba todos los elementos. El espacio muestral se suele representar como E (o bien como Ω , del alfabeto griego).

Por ejemplo, cuando lanzamos una moneda, ¿cuáles son todos los posibles resultados que podemos obtener? Que salga cara o cruz, ¿verdad? En total son dos posibles resultados, por lo que el espacio muestral tiene 2 elementos.

$E = \{\text{cara, cruz}\}$

Y si lanzamos un dado, tenemos en total 6 posibles resultados que pueden salir. Por lo tanto, el espacio muestral sería de 6 elementos.

$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$



Equiprobabilidad.

Por otra parte, tenemos los **eventos equiprobables** son aquellos eventos que tienen la misma posibilidad de suceder, mientras que los **eventos no equiprobables** son aquellos que no tienen la misma probabilidad de suceder, siendo unos más probables que otros.

Un ejemplo de un evento equiprobable es el lanzamiento de un dado, de tal forma que es igual de probable que salga cualquiera de los números del 1 al 6 en la cara superior.

Un ejemplo de un evento no equiprobable, es cuando tenemos 3 pelotas blancas y 1 pelota roja en el baúl, y al sacar una pelota del mismo es más probable sacar una pelota blanca que la roja.



Ejemplo:

Considera ahora el experimento de extraer una bola al azar de una urna como la que muestra la figura.

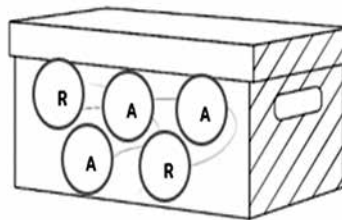
Observa:

El espacio muestral de este experimento es $\Omega = \{\text{rojo, azul}\}$.

Si consideramos los eventos:

A: extraer una bola de color azul.

B: extraer una bola de color rojo.



Las probabilidades asociadas a cada suceso serán:

$$P(A) = \frac{\text{número de resultados favorables al evento}}{\text{número total de resultados}} = \frac{3}{5}$$

$$P(B) = \frac{\text{número de resultados favorables al evento}}{\text{número total de resultados}} = \frac{2}{5}$$

¿Estamos frente a un espacio muestral equiprobable?

En este experimento tenemos un espacio muestral no equiprobable, ya que no todos los elementos que lo conforman tienen igual oportunidad de ser elegidos.

Puedes ver que la probabilidad de ocurrencia no es la misma para todos los elementos del espacio muestral.



Elaboramos



ACTIVIDAD :



Instrucciones: analiza los siguientes sucesos y determina si son equiprobables o no equiprobables.

- Salir cara al lanzar una moneda _____
- Sacar un 6 al lanzar un dado _____
- Extraer de una urna una bola con un número par, que contiene 3 números pares y 4 números impares _____

Si lanzamos un dado de 12 caras, indica ¿cuáles de los siguientes sucesos son equiprobables?

- a) Salir el 1.
- b) Salir número par.
- c) Salir múltiplo de 4.
- d) Salir el 10.
- e) Salir el 15.
- f) Salir el 7.
- g) Salir un número entre 5 y 11.



En un salón de clases de sexto semestre, se sabe que 17 alumnos quieren estudiar ingeniería en la universidad, 10 quieren estudiar administración, 5 quieren estudiar medicina, 3 psicología y los restantes no saben qué es lo que estudiaron, supongamos que seleccionamos a un alumno al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que?

- a) Quieren estudiar administración.
- b) Quieren estudiar ingeniería.
- c) Quieren estudiar psicología.
- d) No quieren estudiar medicina.
- e) Aun no deciden que estudiar.

Elige una técnica de conteo (ordenaciones con repetición, ordenaciones, permutaciones, combinaciones) para calcular el número total de casos posibles y casos favorables para eventos simples con la finalidad de hallar su probabilidad y con ello generar una mayor conciencia en la toma de decisiones. Las técnicas de conteo se introducen para entender la probabilidad de eventos aleatorios en los que la expresión explícita de su espacio muestral es poco factible.

Meta de aprendizaje

M2 Analiza los resultados obtenidos al aplicar procedimientos algorítmicos propios del Pensamiento Matemático en la resolución de problemáticas teóricas y de su contexto.

M3 Comprueba los procedimientos usados en la resolución de problemas utilizando diversos métodos, empleando recursos tecnológicos o la interacción con sus pares.

M3 Aplica procedimientos, técnicas y lenguaje matemático para la solución de problemas propios del Pensamiento Matemático, de Áreas de Conocimiento, Recursos Sociocognitivos, Recursos Socioemocionales y de su entorno.

Categoría

C1 Procedural.

C3 Solución de problemas y modelación.

Subcategoría

S1 Elementos aritmético-algebraicos.

S4 Manejo de datos e incertidumbre.

S1 Uso de modelos.

Contenido

1. Permutaciones.
2. Combinaciones.





Exploramos



ACTIVIDAD:



Ana, Karla y Sergio se han presentado a un concurso de ajedrez. El concurso otorga \$200.00 pesos al primer lugar y \$100.00 pesos al segundo lugar. ¿De cuántas formas se pueden repartir los premios de primer y segundo lugar?



Explicamos

Permutaciones

Para poder entender el ejercicio anterior veamos primero el concepto de permutación: Una permutación de un conjunto de elementos, es una disposición de dichos elementos **teniendo en cuenta el orden**. El número de permutaciones de “n” elementos tomados de “r” en “r” se calcula con la fórmula:

$${}_nPr = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Recuerda:

Factorial (!) es el producto de todos los números enteros positivos desde 1 hasta n.
 $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

Ahora pasemos a resolver el problema anterior aplicando la fórmula.

Ejemplo 1

Ana, Karla y Sergio se han presentado a un concurso de ajedrez. El concurso otorga \$200.00 pesos al primer lugar y \$100.00 pesos al segundo lugar. ¿De cuántas formas se pueden repartir los premios de primer y segundo lugar?

En este caso, si importa el orden, ya que no es lo mismo quedar en primer lugar que en segundo, además, los premios son diferentes. Por ejemplo, un arreglo o disposición, es que Ana ocupe el primer lugar y Karla el segundo. Otro arreglo, sería que Sergio ocupe el primer lugar y Ana el segundo. El número total de arreglos o formas lo calculamos con la fórmula:

$$nPr = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$n = 3$ (número total de elementos)

$r = 2$ (tomados de dos en dos)

$$nPr = \frac{3!}{(3-2)!} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{1} = \frac{6}{1} = 6$$

Por lo tanto, se pueden repartir de 6 formas los premios de primero y segundo lugar.

Ejemplo 2

¿De cuántas maneras pueden sentarse 5 personas en un sofá de tres plazas?

$n = 5$

$$nPr = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1} = \frac{120}{2} = 60$$

$r = 3$

Por lo tanto pueden sentarse de 60 formas diferentes.

Ahora bien, hay ocasiones donde en la permutación hay elementos que son iguales entre sí, se conoce como permutación con repeticiones y la fórmula es:

$$P_{n_1, n_2, n_k} = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$$

Ejemplo 3

¿Cuántas permutaciones distintas pueden formarse con todas las letras de cada una de las palabras?

a) Rara $n = 4$ $a = 2$ $r = 2$ $P_{2,2} = \frac{4!}{2!2!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 2} = \frac{24}{4} = 6$

b) Mississippi $n = 11$ $s = 4$ $i = 4$ $p = 2$ $m = 1$

$$P_{4,4,2,1} = \frac{11!}{4!4!2!1!} = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{[(4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)][(4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)][(2 \cdot 1)](1)} = \frac{39\,916\,800}{(24)(24)(2)(1)} = \frac{39\,916\,800}{1152} = 34\,650$$



Elaboramos



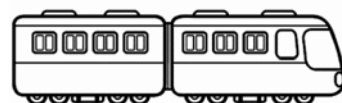
ACTIVIDAD :



Instrucciones: analiza lo siguiente y resuelve lo que se te pide.

1. ¿Cuántos números de tres cifras diferentes se pueden formar con los dígitos 1,2,3,4,5?

2. Seis personas están en un vagón de tren donde sólo hay cuatro asientos, ¿De cuántas formas distintas pueden sentarse?



3. A partir de una lista de 13 alumnos, únicamente se elegirán 5 para formar el comité escolar, ¿de cuantas formas distintas se puede formar el comité?



Exploramos

De un grupo de 7 personas se desea formar la sociedad de padres de familia que consta de 3 personas, ¿de cuántas formas diferentes se puede formar dicha sociedad?

Habrás notado que el ejercicio anterior es muy parecido al proceso de permutación, a continuación, encontrarás algunas diferencias.

Permutación



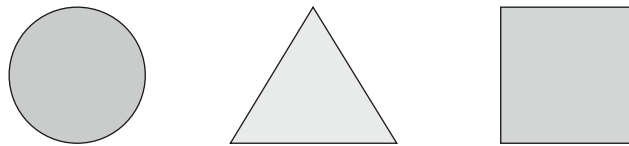
Sí importa el orden

Combinación



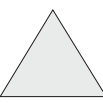
NO importa el orden

Ejemplo:



Formas de seleccionar a dos de ellos

Seis
permutaciones

Sí importa el orden	No importa el orden
 	 
 	
 	 
 	
 	 
 	

Tres
combinaciones



Explicamos

Combinaciones.

Una combinación es la manera en que pueden presentarse objetos o eventos de un conjunto, donde el orden de aparición no importa. Por ejemplo, cuando multiplicamos $5 \times 4 \times 3 = 300$, o bien $4 \times 5 \times 3 = 300$ ó $3 \times 4 \times 5 = 300$ obtenemos el mismo resultado, no importa el orden que multipliquemos siempre obtenemos el mismo resultado.

La fórmula general de las combinaciones es:

$${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Donde:

n es el número total de objetos o eventos

r es el número de objetos que se desea considerar.

Ejemplo 1

Para comenzar a trabajar con combinaciones, retomemos el primer ejercicio.

De un grupo de 7 personas se desea formar la sociedad de padres de familia que consta de 3 personas, ¿de cuántas formas diferentes se puede formar dicha sociedad?

$$n = 7$$

$${}_7C_3 = \frac{7!}{3!(7-3)!} = \frac{7!}{3!4!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{210}{6} = 35$$

$$r = 3$$

De 35 formas diferentes se puede formar la sociedad.



**Elaboramos****ACTIVIDAD :**

Instrucciones: analiza las siguientes preguntas, y resuelve de acuerdo a lo visto en tus clases.

1. En una agencia de autos hay 3 autos de un modelo particular que deben ser transportados a otra agencia. Si es que hay un total de 25 autos de este modelo, ¿cuántas opciones disponibles hay para transportar?



2. Si a tu bicicleta le pones candado de 4 cifras y cada engrane va del 0 al 9, ¿de cuántas formas pueden poner tu combinación?



3. Al contratar un servicio de banquetes, te ofrecen 15 platillos diferentes, pero sólo puedes escoger 6, ¿de cuántas maneras podrías seleccionar tus platillos?



4. Un chef va a preparar una ensalada de verduras con tomate, zanahoria, papa y brócoli. ¿De cuántas formas se puede preparar la ensalada usando solo 2 ingredientes?



Observa cómo la probabilidad de un evento puede actualizarse cuando se obtiene más información al respecto y considera eventos excluyentes e independientes para emplearlos en la determinación de probabilidades condicionales. La introducción de la actualización de probabilidades se hace a través de simulaciones y sólo después se aborda el teorema de Bayes.

Meta de aprendizaje

M4 Argumenta a favor o en contra de afirmaciones acerca de situaciones, fenómenos o problemas propios de la matemática, de las ciencias o de su contexto.

Categoría

C2 Procesos de intuición y razonamiento.

Subcategoría

S1 Capacidad para observar y conjeturar.
S2 Pensamiento intuitivo.
S3 Pensamiento formal.

Contenido

1. Diagrama de árbol (ejemplos y ejercicios).
2. Teorema de Bayes (ejemplos y ejercicios).





Enganchamos



¿Sabías que?

Ben Shneiderman originalmente desarrolló los mapas de árboles como una forma de visualizar un extenso directorio de archivos en un ordenador, sin ocupar demasiado espacio en la pantalla.

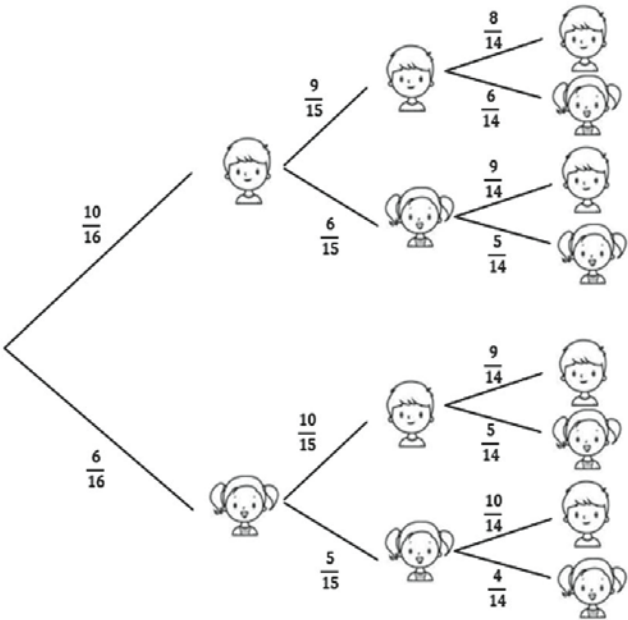


Explicamos

Diagrama de árbol (ejemplos y ejercicios).

Anteriormente conociste el concepto de diagrama de árbol, en esta sección lo retomaremos y lo aplicaremos en diversas situaciones.

Antes de continuar recordemos el diagrama de árbol es una herramienta de apoyo que nos permite visualizar espacios muestrales y calcular probabilidades.



Ejemplo

Una clase consta de seis niñas y 10 niños. Si se escoge un comité de tres al azar, hallar la probabilidad de seleccionar tres niños.

Comité de tres niños $\frac{10}{16} \cdot \frac{9}{15} \cdot \frac{8}{14} = \frac{720}{3360} = \mathbf{0.214} = 21.4\%$

Si en el problema anterior queremos formar un comité de dos niños y una niña.

$$\frac{10}{16} \cdot \frac{9}{15} \cdot \frac{6}{14} + \frac{10}{16} \cdot \frac{6}{15} \cdot \frac{9}{14} + \frac{6}{16} \cdot \frac{10}{15} \cdot \frac{9}{14} = \frac{540}{3360} + \frac{540}{3360} + \frac{540}{3360} = \frac{1620}{3360} = \mathbf{0.482} = 48.2\%$$



Exploramos



ACTIVIDAD :



Instrucciones: calcula las posibilidades que se indican en cada uno de los siguientes experimentos, utiliza el diagrama de árbol como herramienta principal de apoyo para llegar a cada respuesta.

1. En un club deportivo que consta de 5 hombres y 7 mujeres, se quiere saber cuál es la probabilidad de que al tomar 4 personas al azar el grupo esté conformado por:

a) Sólo mujeres.

b) 3 hombres y 1 mujer.

2. Una moneda tiene en una de sus caras ☒ y por el otro lado ☐. Si se lanza 2 veces la moneda, calcular:

a) La probabilidad de obtener 2 ☒.

b) La probabilidad de obtener sólo ☐.

3. En una escuela hay 3 aulas: el aula roja, el aula azul y el aula negra. El aula roja tiene al 50 % de los estudiantes de la academia, el aula azul al 30 % y el aula negra al 20%. Además, en cada aula hay un 40% de hombres. Si se selecciona un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea un estudiante hombre del aula azul?



Explicamos

Teorema de Bayes (ejemplos y ejercicios).

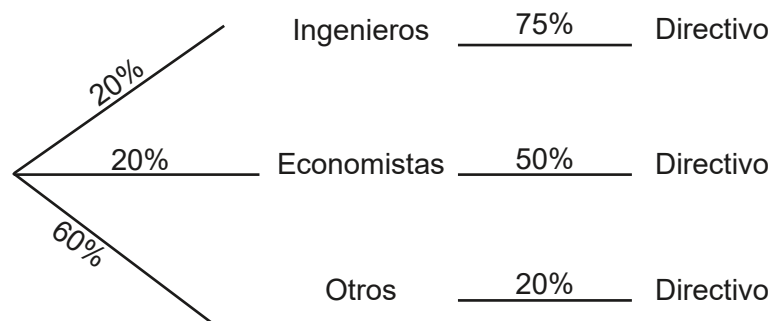
El teorema de Bayes es una forma especial de conteo. Es un tema que se desarrolla cuando es difícil obtener de forma completa los puntos muestrales de un espacio, ya que no es posible realizar la numeración directa para obtener las probabilidades. En estos casos se emplea el análisis combinatorio.

Esta posibilidad simplifica el cálculo de las posibilidades condicionales. Permite calcular la probabilidad de que ocurra un evento B si se sabe que ya ha ocurrido un evento A.

Se puede formalizar de la siguiente manera: $P(B/A)$.

Ejemplo.

El 20% de los empleados de una empresa son ingenieros y otro 20% son economistas. El 75% de los ingenieros ocupan un puesto directivo y el 50% de los economistas también, mientras que los no ingenieros y los no economistas solamente el 20% ocupa un puesto directivo. ¿Cuál es la probabilidad de que un empleado directivo elegido al azar sea ingeniero?



$$P\left(\frac{\text{ingeniero}}{\text{directivo}}\right) = \frac{(0.2)(0.75)}{(0.2)(0.75) + (0.2)(0.5) + (0.6)(0.2)} = \frac{0.15}{0.15 + 0.1 + 0.12} = \frac{0.15}{0.37} = 0.405$$



Elaboramos



ACTIVIDADES :



1. La probabilidad de que haya un accidente en una fábrica que dispone de alarma es del 10%. La probabilidad de que suene este si se ha producido algún incidente es del 97% y la probabilidad de que suene si no ha sucedido algún incidente es del 2%.

En el supuesto de que haya funcionado la alarma, ¿Cuál es la probabilidad de que no haya habido ningún incidente?



Recuerda apoyarte del diagrama de árbol para resolver la actividad

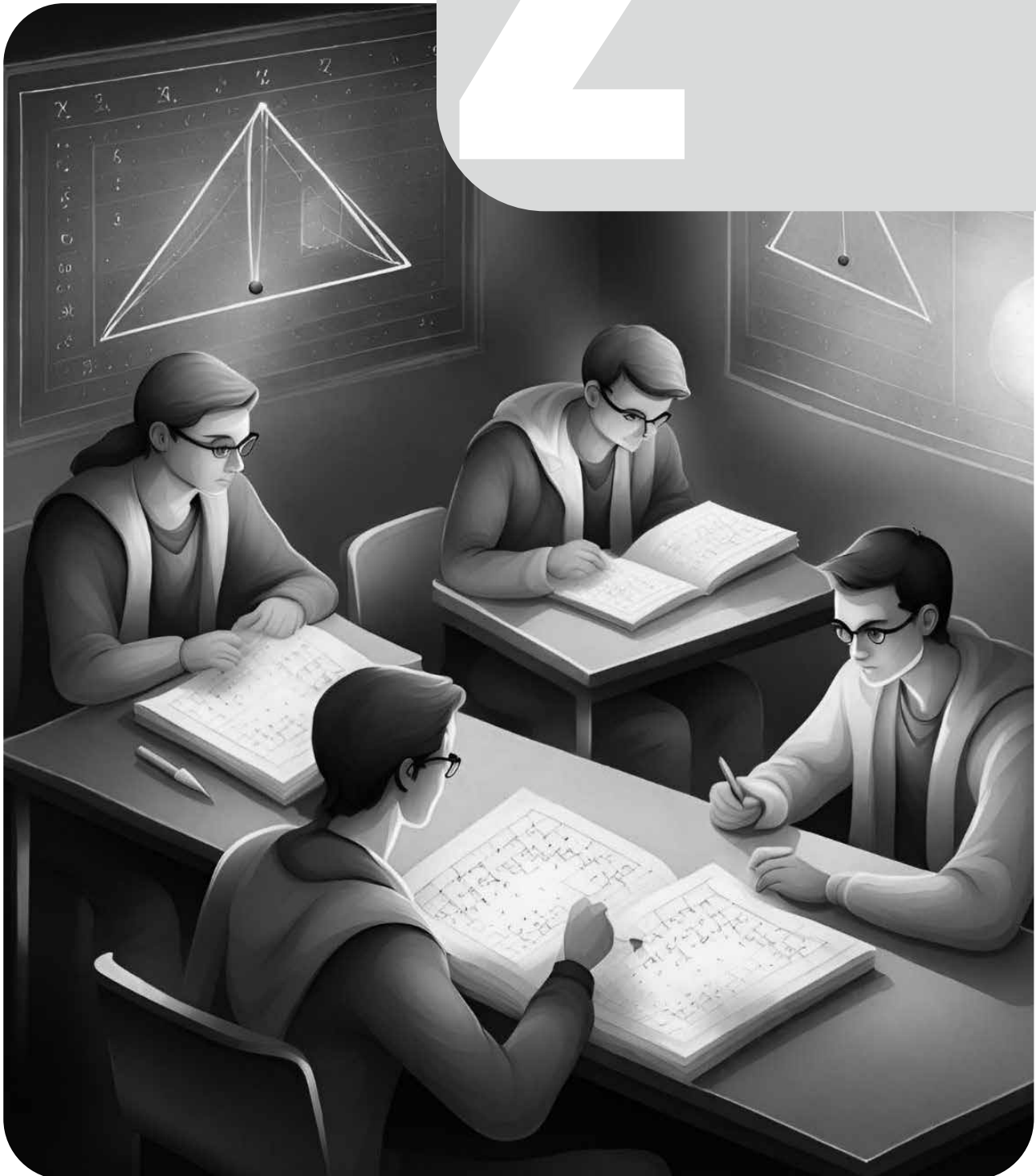
2. En un acuario sólo tienen dos especies de peces. El 40% de los peces son azules, y el 60% son rojos. De los azules el 30% son machos, mientras que de los rojos el 60% son hembras. Si se selecciona un pez hembra ¿Cuál es la probabilidad que sea de especie azul?

MIS NOTAS:

This image shows a single sheet of white paper with horizontal blue or grey ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There is a solid black header bar at the top of the page. The paper appears to be part of a notebook or a document template.

2

PARCIAL





6

PROGRESIÓN

Selecciona una problemática o situación de interés, con la finalidad de recolectar información y datos de fuentes confiables e identifica las variables relevantes para su estudio.

Meta de aprendizaje

M1 Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas matemáticos, de las ciencias y de su entorno.

M1 Observa y obtiene información de una situación o fenómeno para establecer estrategias o formas de visualización que ayuden a entenderlo.

M2 Socializa con sus pares sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema tanto teórico como de su entorno.

Categoría

C2 Procesos de intuición y razonamiento.

C4 Interacción y lenguaje matemático.

Subcategoría

S4 Manejo de datos e incertidumbre.

S1 Capacidad para observar y conjeturar.

S2 Pensamiento intuitivo.

S3 Ambiente matemático de comunicación.

Contenido

1. Recolección de datos (cuadro estadístico)
2. Tipo de recolección de datos
3. Organización de datos
4. Tipos de variables (cuantitativas o cualitativas)

Evaluación Diagnóstica



Instrucción: lee con atención y responde de manera individual las siguientes preguntas.

1. Indica que variables son cualitativas y cuales cuantitativas.

- a) Profesión que te gusta.
- b) Número de alumnos en tu salón de clases.
- c) comida favorita.
- d) Edad.
- e) Color de ojos.

2. Lee con atención

Al planear la compra de una motocicleta hay varios factores a considerar, tales como la marca, el color, el tamaño del motor, las dimensiones, la seguridad, el costo de refacciones, el mantenimiento etc. En algunos casos recurrirás a los consejos de personas cercanas a ti, como tus familiares y amigos, pero también te conviene considerar las opiniones de los vendedores y organizar toda esta información para tomar la decisión más adecuada.

Ahora imagina que compraras una motocicleta, a continuación, se presenta una tabla para que recopiles la información.

Nombre	Marca	Color	Precio	Motor	Costos refacciones

3. ¿Con tus propias palabras explica qué es estadística?

4. ¿En qué situaciones de tu vida has usado estadística? (dos ejemplos)

5. ¿Cuál es la diferencia entre población y muestra?

6. ¿Has calculado alguna vez el promedio o media? _____ ¿Cuál fue tu promedio de la secundaria? _____ ¿Sabes cómo se calculó? _____

7. ¿Qué información consideras que se requiere para organizar una actividad recreativa en tu escuela?





Enganchamos



¿Sabías que?

Que en tu vida cotidiana se presentan situaciones en las que nos piden datos de identificación o el llenado de un formato para realizar algún trámite como: licencia de conducir, CURP, etcétera.

Un poco de historia

La historia antigua de la estadística se remonta al registro de la población que hicieron los egipcios, hebreos, chinos, griegos y romanos, desde hace unos 20 a 50 siglos. Se trata de mediciones que ya realizaba el estado con fines tributarios y de enrolamiento militar.



La Babilónica.
5000 años a.C.

Usaban datos en tablas sobre la producción agrícola y los géneros vendidos o cambiados mediante trueque.



Los Egipcios.
3000 años a.C.

Analizaban los datos de la población y la renta del país mucho antes de construir las pirámides.



La antigua China.
2200 años a.C.

Existían los censos chinos ordenados por el emperador.

Los Romanos.
400 años a.C.

Los funcionarios públicos tenían la obligación de anotar nacimientos, defunciones, matrimonios y las tierras conquistadas.



Pero la estadística es más que el cálculo de promedios y porcentajes. Específicamente, se trata de hallar el rango de valores dentro del cual pueden encontrarse los datos o la mayoría de ellos, es decir, caracterizar su variabilidad y, más generalmente, su distribución completa. Conocer la distribución de los datos es importante. Un promedio puede tener significados muy diferentes según sea la forma en que se distribuyen los valores.

Actualmente la estadística se ha convertido en un método central del conocimiento ante el avance de la invasión del mundo digital a nuestras vidas (computadoras, acceso a Internet, teléfonos celulares, cámaras digitales) acelera los procesos de obtención y difusión de la información. Todos los campos de estudio ponen mayor énfasis en los datos (porcentajes, estaturas, peso, etc.).



Exploramos



ACTIVIDAD EN EQUIPO 1



Instrucciones: ahora por medio de una lluvia de ideas presenten situaciones de su vida cotidiana en donde se use la estadística, que cada mañana se enfrentan, en base a la gran cantidad de información estadística, que abarque prácticamente todo: desde deportes, política y economía, hasta los avisos publicitarios.

Consideren situaciones reales.

- Anoten título de la situación, pueden ser tres situaciones.
- En plenaria discutan qué datos numéricos y no numéricos se requieren.
- Hagan una lista de elementos que consideren, puede ser en hoja de rotafolio.

Ejemplo

Título de la situación		
Rubro	Numérico	No numérico
Comida	2 pizzas	sabor queso

1.- ¿Qué tipo de datos conforman tu Clave única de registro de población (CURP)?

2.- ¿Qué actividades se requieren para llevar a cabo un viaje escolar?

¿Solo deben ser datos numéricos? ¿Pueden existir datos no numéricos?



ACTIVIDAD INDIVIDUAL 2



Ahora es el momento de ir elaborando tu reporte en tu cuaderno.

1. ¿Es indispensable la recopilación y manejo de información para nuestras actividades diarias?

¿Por qué?

2. ¿Consideras que calcular el promedio es importante? ¿Por qué?



Explicamos

Ante situaciones que se presentan en tu vida diaria como una investigación en la escuela, situaciones actuales de interés; parte de esta labor se requiere recolectar datos, que se pueden dividir en 2 principales tipos:

Tipos de recolección de datos	
Cuantitativos	Cualitativos
1. Refleja la necesidad de medir y estimar magnitudes de los fenómenos o problemas de investigación: ¿cada cuánto ocurren y con qué magnitud? Expresan magnitud: temperatura Discreta: edad Continua: estatura	1. El investigador o investigadora plantea un problema, pero no sigue un proceso definido claramente. Sus planteamientos iniciales no son tan específicos como en el enfoque cuantitativo y las preguntas de investigación no siempre se han conceptualizado ni definido por completo.
2. La recolección de los datos se fundamenta en la medición (se miden las variables o conceptos contenidos en las hipótesis). Esta recolección se lleva a cabo al utilizar procedimientos estandarizados y aceptados por una comunidad científica. Para que una investigación sea creíble y aceptada por otros investigadores, debe demostrarse que se siguieron tales procedimientos. Como en este enfoque se pretende medir, los fenómenos estudiados deben poder observarse o referirse al “mundo real”.	2. En la búsqueda cualitativa, en lugar de iniciar con una teoría y luego “voltear” al mundo empírico para confirmar si ésta es apoyada por los datos y resultados, el investigador comienza examinando los hechos en sí y en el proceso desarrolla una teoría coherente para representar lo que observa (Esterberg, 2002).

3. Debido a que los datos son producto de mediciones, se representan mediante números (cantidades) y se deben analizar con métodos estadísticos. Tipos de variables Cuantitativa discreta: edad Cuantitativa continua: promedio de calificaciones	3. Se registran por medio de caracteres, palabras o símbolos numéricos. Pueden adquirir un valor de magnitud o pueden ser de carácter descriptivo no ordinal (que no tiene orden). Expresan magnitud: satisfacción con un producto o servicio (insatisfecho, satisfecho, muy satisfecho). Expresan una característica no ordinal: color de ojos. Cualitativa ordinal: niveles de asma Cualitativa no ordinal: prueba de COVID-19
--	---

División de estadística

Para su estudio, la estadística se divide en dos ramas, la estadística descriptiva y la estadística inferencial. Tanto una como la otra son funciones del análisis estadístico.

Estadística descriptiva: La estadística descriptiva es la rama de la estadística que formula recomendaciones sobre cómo resumir la información en cuadros o tablas, gráficas o figuras.

Estadística descriptiva:

- Frecuencias, porcentajes
- Tablas
- Gráficas
- Medidas de Tendencia Central
- Moda
- Mediana
- Media
- Medidas de Posición
- Cuartiles
- Mediana
- Percentiles
- Medidas de Dispersión
- Rango
- Varianza
- Desviación estándar
- Medidas de Distribución
- Asimetría
- Curtosis

Estadística inferencial: el arte de obtener con confianza conclusiones sobre el modo de proceder del fenómeno que se estudia es el objeto de las diversas técnicas existentes de inferencia estadística.

Existen diferentes definiciones de estadística, a continuación, se presentan algunas:

- La estadística es el arte de aprender a partir de los datos. Está relacionada con la recopilación de datos, su descripción subsiguiente y su análisis, lo que nos lleva a extraer conclusiones.
- La estadística, que se ocupa del manejo de datos, su procesamiento, descripción, representación y, en un nivel más avanzado, de métodos que permiten hacer inferencias a partir de ella.

Manejo de datos

Una vez hecha la recopilación de datos, el siguiente paso es su correcta organización para que brinde una información fiel y de gran utilidad, considerando su naturaleza de acuerdo con los propósitos para los que fueron recopilados si las observaciones se hicieron atendiendo a ciertas cualidades o atributos de una población, se les denomina datos **cualitativos**, si, por el contrario, las observaciones se hicieron atendiendo a características que pueden representarse numéricamente, es decir, que provienen de variables continuas discretas de una población, se les denomina datos **cuantitativos**.

Como se mencionó anteriormente la estadística descriptiva se encarga de los métodos de la recolección de datos y la descripción de los mismos, principalmente a través de tablas de frecuencias de datos agrupados o no agrupados, a continuación, se presenta una tabla de frecuencias para datos no agrupados de modo ascendente, en donde se abordó en la progresión 2, cuando se abordó el concepto de probabilidad frecuencial.





ACTIVIDAD GUIADA POR EL DOCENTE



Instrucciones: resuelve lo que se te indica.
La siguiente tabla muestra las edades de una escuela de nivel medio superior de diferentes semestres en el que se registraron las edades de los estudiantes. Estadística descriptiva (recolección de datos y organización de los mismos).

14	16	15	17	17	16
15	16	15	17	16	18
17	17	18	18	19	17
17	15	17	16	15	17
16	18	15	16	16	17

Tabla 1. Ejemplo de frecuencias para datos no agrupados (edades de 30 alumnos en un colegio) caso cuantitativo

Valor x	Frecuencia f	Frecuencia acumulada F	Frecuencia relativa $\frac{f_i}{n}$	Frecuencia relativa acumulada fr
14	1	1	0.033 (1/30)	0.033
15	6	7 (1 + 6)	0.2	0.233 (0.033 + 0.2)
16	8	15	0.267	0.5
17	10	25	0.333	0.833
18	4	29	0.133	0.966
19	1	30	0.033	0.999 $\approx$ 1



Regla 1: si la última cifra del número que queremos redondear es menor que 5, dejaremos sin modificar el último dígito. Por ejemplo: 5,554 sería 5,55.



Regla 2: cuando la última cifra sea un 5 o superior, se aumentará el valor al siguiente número más próximo. Por ejemplo: 5,556 se convertiría en 5,56.



¡Seguro que
podrá interesarte!





ACTIVIDAD GUIADA POR EL DOCENTE



Instrucciones: resuelve lo que se te indica.

La siguiente tabla muestra el resultado de una encuesta en línea de un restaurante sobre el nivel de satisfacción del cliente.

Estadística inferencial (análisis de los datos).

Tabla 2. Ejemplo de frecuencias para datos no agrupados (edades de 30 alumnos en un colegio) caso cualitativo

Valor	Frecuencia f	Frecuencia acumulada F	Frecuencia relativa $\frac{f_i}{n}$	Frecuencia relativa acumulada f_r	%
Insatisfecho	10	10	0.077	0.077	7.7
Satisfecho	100	110	0.769	0.846	76.9
Muy satisfecho	20	130	0.154	1	15.4
	$\Sigma = 130$		1		100



ACTIVIDAD GUIADA POR EL DOCENTE



Instrucciones: lee con atención y resuelve lo que se te indica.

La siguiente explicación es sobre tablas de frecuencia para **datos agrupados**, en donde se recomienda lo siguiente para la construcción de la tabla de frecuencia:

- 1) Identificar la unidad de medida de los datos
- 2) Obtener el rango de los datos, R
 $R = \text{valor máximo} - \text{valor mínimo}$
- 3) Seleccionar el número de clases (o intervalos) k , para agrupar los datos.
Sugerencia para elegir k : número de clases, sean n : número de datos

n	k
Menos de 50	5 a 7
Entre 50 y 100	6 a 10
Entre 100 y 250	7 a 12
Más de 250	10 a 20

- 4) Obtener la amplitud de las clases, Amplitud = R/k
- 5) Realizar el conteo de datos para obtener la frecuencia en cada clase

Notación

n: número de datos
k: número de clases
 f_i : frecuencia de la clase i , $i = 1, 2, 3, \dots, k$

$\frac{f_i}{n}$: frecuencia relativa de la clase i
 Fi : frecuencia acumulada de la clase i
 $Fi = f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_N$
 Fi / n : frecuencia acumulada relativa de la clase i
 m_i : marca de la clase i (es el centro de la clase i)

Ejemplo 1.- Los siguientes **40** datos corresponden a una muestra del tiempo que se utilizó para atender a las personas en una estación de servicio:
3.1, 4.9, 2.8, 3.6, 4.5, 3.5, 2.8, 4.1, 2.9, 2.1, 3.7, 4.1, 2.7, 4.2, 3.5, 3.7, 3.8, 2.2, 4.4, 2.9, 5.1, 1.8, 2.5, 6.2, 2.5, 3.6, 5.6, 4.8, 3.6, 6.1, 5.1, 3.9, 4.3, 5.7, 4.7, 4.6, 5.1, 4.9, 4.2, 3.1, obtener la tabla de frecuencia.

Solución

- 1) Precisión: un decimal
- 2) Rango: $R = \text{mayor} - \text{menor valor} = 6.2 - 1.8 = 4.4$
- 3) Número de clases: $k=6$
- 4) Amplitud: $\frac{R}{k} = 0.7333..$ Por simplicidad se redefine la amplitud como 1 y se usan números enteros para los extremos de las clases.
- 5) Conteo de los datos (puede hacerse en un solo recorrido de los datos con la ayuda de cuadritos para conteo (de 5 en 5).

Clase	Intervalo	Marca de clase m_i	Frecuencia f	Frecuencia relativa $\frac{f_i}{n}$	Frecuencia acumulada F	Frecuencia acumulada relativa fr
1	[1, 2)	1.5	1	0.025	1	0.025
2	[2, 3)	2.5	9	0.225	10	0.250
3	[3, 4)	3.5	11	0.275	21	0.525
4	[4, 5)	4.5	12	0.300	33	0.825
5	[5, 6)	5.5	5	0.125	38	0.950
6	[6, 7)	6.5	2	0,050	40	1.000
n = 40			$\Sigma = 40$	1		



¡Para informarte más!



Con los resultados obtenidos y descritos en la tabla de frecuencia del ejemplo desarrollado en esta sección, conteste las siguientes preguntas.

- ¿Cuántas personas requirieron no más de 4 minutos para ser atendidas?
- ¿Cuántas personas requirieron entre 2 y 5 minutos?
- ¿Cuántas personas requirieron al menos 4 minutos?
- ¿Cuál es la duración que ocurre con mayor frecuencia?

Ejemplo 2

Los siguientes datos muestran las edades de 50 personas:

38	15	10	12	62	46	25	56	27	24
23	21	20	25	38	27	48	35	50	65
59	58	47	42	37	35	32	40	28	14
12	24	66	73	72	70	68	65	54	48
34	33	21	19	61	59	47	46	30	30

Valor máximo: 73 años
 Valor mínimo: 10 años
 Rango = $73 - 10 = 63$ años
 Intervalos $\left\{ \begin{array}{l} = \sqrt{n} \\ = 1 + 3.322 \log(n) \end{array} \right.$
 $n = 50$
 Intervalos = $\sqrt{50} = 7.07 \sim 7$
 Amplitud = $R + 1 = 63 + 7 = 9$

Clase	Intervalo Edad (x)	Marca de clase (m_i)	Frecuencia f	Frecuencia relativa $\frac{f_i}{n}$	Frecuencia acumulada F	Frecuencia acumulada relativa $\frac{F}{n}$
1	[10, 19)	14.5	5	0.1	5	0.1
2	[19, 28)	23.5	11	0.22	16	0.32
3	[28, 37)	32.5	8	0.16	24	0.48
4	[37, 46)	41.5	5	0.1	29	0.58
5	[46, 55)	50.5	8	0.16	37	0.74
6	[55, 64)	59.5	6	0.12	43	0.86
7	[64, 73)	68.5	7	0.14	50	1
n= 50			$\Sigma = 50$	1		



Elaboramos

ACTIVIDAD GUIADA POR EL DOCENTE



Instrucciones: de manera individual consulta en fuentes confiables los siguientes conceptos:

- Medidas de tendencia central (media, mediana y moda).
 - Medidas de dispersión (varianza).
 - Medidas de posición (percentiles, deciles y cuartiles).
 - Distribución de frecuencias (absoluta, relativa y acumulada) y su representación gráfica (tipos de gráficas).
- Una vez reunida la información elabora un mapa conceptual en CANVA, guíate de la **rúbrica de evaluación** para cumplir con los indicadores que se establecen.



Canva: es una herramienta gratuita de diseño gráfico en línea. Puedes usarla para crear publicaciones para redes sociales, presentaciones, carteles, videos.

Mapa conceptual			
Nombre del alumno:		Semestre:	
		Grupo:	
		Periodo de evaluación:	Fecha:
Nombre de la asignatura:			

No	Indicadores a evaluar	Cumplimiento		Puntos	Observaciones
		Cumple	No cumple		
LEGIBILIDAD					
1	La información se presenta por medio de un esquema organizado, que hace posible, interpretar con facilidad el contenido.				
ORGANIZACIÓN DE LA INFORMACIÓN					
2	La información se organiza por niveles de jerarquía.				
3	La información parte de ideas principales a ideas secundarias.				
4	La información se organiza de arriba hacia abajo.				
CONCEPTOS					
5	Los conceptos utilizados son relevantes.				
6	Se utilizan conceptos cortos.				
7	Los conceptos se encuentran dentro de alguna figura geométrica.				
PALABRAS ENLACE Y PROPOSICIONES					
8	Las palabras enlace relacionan y unen los conceptos para dar coherencia y significado.				
9	Se formaron proposiciones con la unión de palabras enlace y conceptos que dan como resultados redes semánticas.				
10	Las líneas conectoras ayudan a relacionar los conceptos, para dar coherencia al tema.				
ORTOGRAFÍA					
11	No se presentan faltas de ortografía.				

2. Selecciona un tema de interés y un fenómeno o proceso, por ejemplo, crear una base de datos con la información de las personas de tu grupo o de tu comunidad escolar.

- Elabora una encuesta relacionada al tema
- Escribe una lista de variables
- Selecciona una variable de la que puedas obtener información
- Elabora la tabla de frecuencias (absolutas, relativas, absolutas y relativas acumuladas).
- Redacten una breve conclusión (guíate de la lista de cotejo).

Resumen			
Nombre del alumno:	Semestre:		
	Grupo:		
	Periodo de evaluación:	Fecha:	
Nombre de la asignatura:			

No.	Indicadores a evaluar	Cumplimiento		Puntos	Observaciones
		Cumple	No cumple		
FORMATO					
1	El escrito presenta las especificaciones que el docente indicó (Tamaño, tipo de letra, espacios, encabezados, etc.).				
ORGANIZACIÓN DE LA INFORMACIÓN					
2	Respetar la estructura y organización del texto original (inicio, desarrollo y conclusiones).				
3	Las ideas principales se presentan con orden y congruencia.				
CONTENIDO					
4	Recabar de manera coherente lo esencial del texto original. (No fragmenta las ideas).				
5	Presentar ideas principales y excluye las ideas secundarias.				
6	Se presentan las ideas originales del autor no presenta juicios de valor o interpretación.				
7	De manera general el escrito se presenta completo y preciso.				
COMPRENSIÓN DEL TEMA					
8	Se observa que el alumno comprendió el texto original y puede plasmar las ideas más significativas. (capacidad de síntesis)				
REDACCIÓN Y ORTOGRAFÍA					
9.	La información es de tipo descriptivo, narrativo o informativo.				
10.	El trabajo no presenta más de tres faltas de ortografía.				



Evaluamos

Instrucciones: elabora una tabla de frecuencias para las calificaciones finales de inglés, las cuales son las siguientes:

95	70	96	85	100	49	83	89
55	55	65	77	80	70	92	93
74	66	95	65	87	100	45	77
60	75	69	52	82	68	78	92
58	56	70	70	74	98	75	64

Clase	Intervalo Edad (x)	Marca de clase (m_i)	Frecuencia f	Frecuencia relativa $\frac{f_i}{n}$	Frecuencia acumulada F	Frecuencia acumulada relativa $\frac{F}{n}$

2. Clasifica las siguientes variables como cualitativas o cuantitativas, a) comida favorita, b) profesión que te gusta, c) número de penales anotados por ti en la última temporada, d) número de sillas en tu escuela, e) el color de los autos del estacionamiento de la escuela.

Cualitativas	Cuantitativas
• • •	• •



7

PROGRESIÓN

Analiza datos categóricos y cuantitativos de alguna problemática o situación de interés para el estudiantado, a través de algunas de sus representaciones gráficas más sencillas como las gráficas de barras (variables cualitativas) o gráficos de puntos e histogramas (variables cuantitativas).

Meta de aprendizaje

M1 Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas matemáticos, de las ciencias y de su entorno.

M2 Analiza los resultados obtenidos al aplicar procedimientos algorítmicos propios del Pensamiento Matemático en la resolución de problemáticas teóricas y de su contexto.

M2 Desarrolla la percepción y la intuición para generar conjeturas ante situaciones que requieren explicación o interpretación.

Categoría

C1 Procedural.

C2 Procesos de intuición y razonamiento.

Subcategoría

S2 Elementos geométricos.

S4 Manejo de datos e incertidumbre.

S1 Capacidad para observar y conjeturar.

S2 Pensamiento intuitivo.

Contenido

1.- Representación gráfica e interpretación y tipos de gráficas.



Enganchamos

¿Sabías que?

Existen páginas y sitios de interés, a los que puedes ingresar y uno de ellos es el INEGI, en el que día a día se muestra información actualizada, como el impacto del COVID-19 en nuestro país, en donde se mostraron casos diarios, por medio de visualizaciones gráficas que resumen dicha información de manera sencilla y concreta.



Consulta la página de INEGI y reflexiona:

1. ¿Qué información encontramos?

2. ¿Te resulta fácil o difícil interpretar las gráficas que presentan?

3. ¿Qué tipos de gráficos visualizas?

4. ¿Es más fácil interpretar los gráficos o los datos?



Exploramos



ACTIVIDAD GRUPAL



Instrucciones: responde en plenaria las siguientes preguntas y registrarlas en tu cuaderno de notas.

- 1. ¿Qué es la pandemia y cuáles son sus consecuencias?
- 2. ¿Qué efectos adversos nos trajo a la sociedad?
- 3. ¿Habrá una relación entre los días festivos y el consumo de alcohol?
- 4. Si tuvieras que representar de manera gráfica la relación que hay entre tu edad contra el semestre que estás cursando ¿cómo lo graficamos?



Explicamos

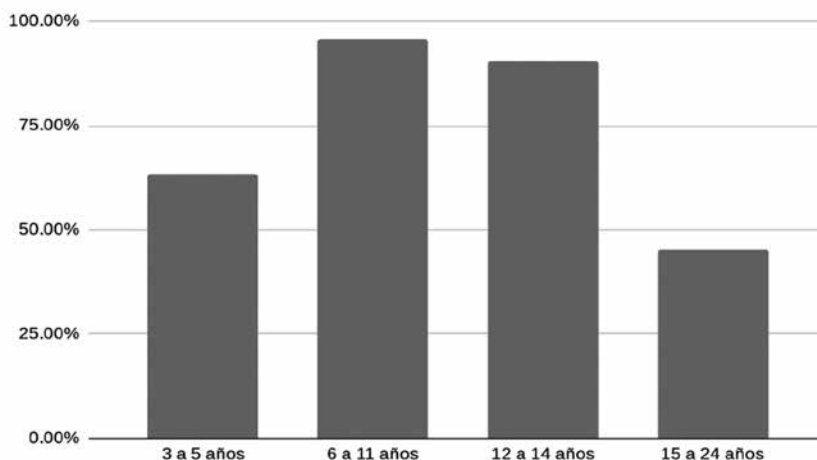


Representación gráfica e interpretación y tipos de gráficas.

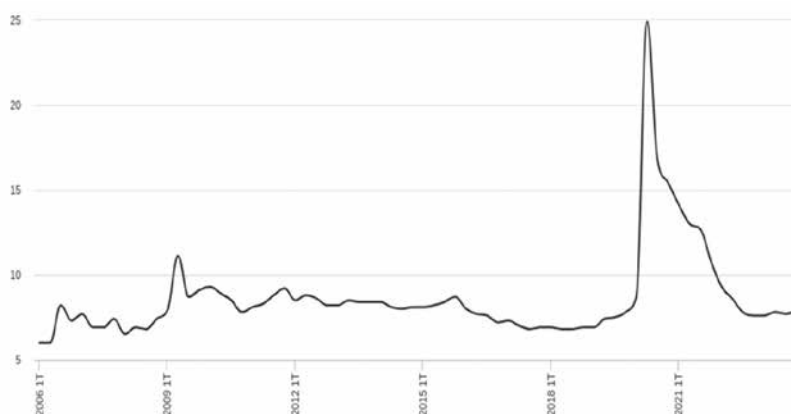
Existen herramientas visuales que facilitan la interpretación de datos mostrados en la tabla de frecuencias, como se explicó en la **progresión 6**, a continuación, se presentan algunos ejemplos y definiciones:

Histograma: Es la manera más común de representar gráficamente la distribución de frecuencia de los datos. Se le construye dibujando rectángulos cuya base corresponde a cada intervalo de clase, y su altura según el valor de la frecuencia. Puede ser la frecuencia absoluta o la frecuencia relativa.

Porcentaje de la población de 3 a 24 años que asiste a la escuela por grupo de edad	
Edad	Cantidad que asiste a la escuela (%)
3 a 5 años	63.3 %
6 a 11 años	95.5 %
12 a 14 años	90.5 %
15 a 24 años	45.3 %



Polígono de frecuencia: es una manera de representar el perfil de la distribución de los datos. Se obtiene uniendo mediante segmentos de recta los puntos (marca de clase, frecuencia) Para cerrar el polígono se puede agregar un punto a cada lado con frecuencia 0.



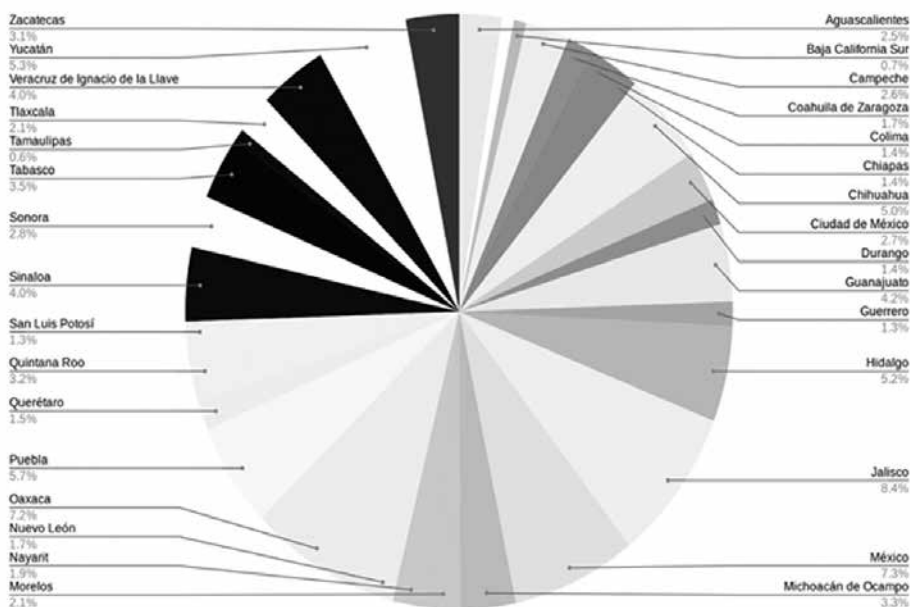
La gráfica circular o de pastel: un gráfico circular, también conocido como diagrama circular, es una representación gráfica que suele utilizarse para ilustrar datos en proporciones o distribuciones porcentuales.

Consideremos que la siguiente tabla fue elaborada en **excel**; en donde se puede visualizar que entre más dígitos se usan, se acerca más la respuesta.

Tabla

Entidad	Cantidad de tomas de agua en operación para abastecimiento público	Frecuencia relativa (f) <i>cantidad de tomas de agua</i> <i>total</i>	Frecuencia relativa (%) (F)(100)	Grados ° <i>(F)(360)</i> <i>100</i>
Aguascalientes	533	0.02510953032	2.510953032	9.039430913
Baja California	151	0.007113581759	0.7113581759	2.560889433
Baja California Sur	154	0.007254911198	0.7254911198	2.611768031
Campeche	551	0.02595750695	2.595750695	9.344702502
Coahuila de Zaragoza	354	0.01667687379	1.667687379	6.003674565
Colima	307	0.01446271258	1.446271258	5.20657653
Chiapas	306	0.01441560277	1.441560277	5.189616997
Chihuahua	1,062	0.05003062138	5.003062138	18.0110237
Ciudad de México	580	0.02732369152	2.732369152	9.836528949
Durango	297	0.01399161445	1.399161445	5.036981203
Guanajuato	896	0.04221039242	4.221039242	15.19574127
Guerrero	279	0.01314363782	1.314363782	4.731709615
Hidalgo	1,106	0.05210345315	5.210345315	18.75724313
Jalisco	1,777	0.08371413765	8.371413765	30.13708956
México	1,554	0.07320864936	7.320864936	26.35511377
Michoacán de Ocampo	690	0.03250577095	3.250577095	11.70207754
Morelos	445	0.02096386677	2.096386677	7.546992038
Nayarit	399	0.01879681538	1.879681538	6.766853536
Nuevo León	359	0.01691242286	1.691242286	6.088472229
Oaxaca	1,536	0.07236067273	7.236067273	26.04984218
Puebla	1,210	0.0570028737	5.70028737	20.52103453
Querétaro	321	0.01512224996	1.512224996	5.444009987
Quintana Roo	678	0.0319404532	3.19404532	11.49856315
San Luis Potosí	266	0.01253121025	1.253121025	4.51123569
Sinaloa	848	0.0399491214	3.99491214	14.3816837
Sonora	601	0.0283129976	2.83129976	10.19267914
Tabasco	740	0.0348612616	3.48612616	12.55005418
Tamaulipas	136	0.006406934564	0.6406934564	2.306496443
Tlaxcala	455	0.0214349649	2.14349649	7.716587365
Veracruz de Ignacio de la Llave	840	0.0395722429	3.95722429	14.24600744
Yucatán	1,130	0.05323408866	5.323408866	19.16427192
Zacatecas	666	0.03137513544	3.137513544	11.29504876
Total	21,227	1	100 %	360 °

Cantidad de tomas de agua en operación para abastecimiento público, Frecuencia relativa (f), Frecuencia relativa (%) y Grados



Calcular porcentaje y grados.

Por ejemplo, para calcular el 15% de 200, primero hay que multiplicar 200 por 15 y luego dividir el resultado entre 100. En este caso, sería $(200 \times 15) / 100$. Entonces, el 15% de 200 es igual a 30.

1. Cálculo de porcentaje

$$100\% \rightarrow 200 \quad \frac{(15)(200)}{100} = 30\%$$

$$15\% \rightarrow x$$

2. Cálculo de porcentaje a grados

$$100\% \rightarrow 360^\circ$$

$$30\% \rightarrow x$$

$$\frac{(30\%)(360)}{100\%} = 108^\circ$$

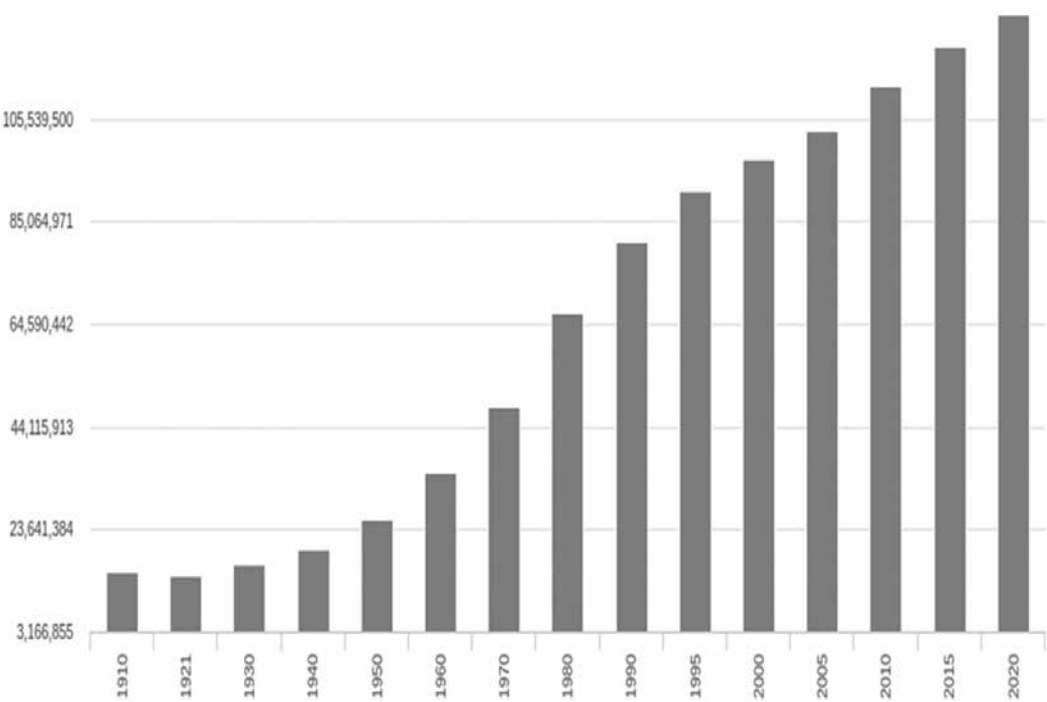
$$\frac{(70\%)(360)}{100\%} = 252^\circ$$

Nota: toma de agua se refiere al punto de extracción del líquido para abastecimiento público.

Diagrama de barras.

La información de 2015 corresponde a una estimación de la población total realizada con base en la Encuesta Intercensal (EIC) 2015, que permite su comparación con la serie censal. Además de la población residente en viviendas particulares habitadas de la EIC 2015 (119 530 753), incluye una estimación de 407 720 personas en viviendas que no se captaron en dicha encuesta (viviendas colectivas, del Servicio Exterior Mexicano y las que carecen de vivienda). Por esta razón, los datos de 2015 de este indicador no son comparables con los publicados en los productos de la EIC 2015 o con el indicador de Población total en viviendas particulares habitadas.

Población total
126,014,024
Número de personas
2020



Pictograma: es un símbolo gráfico que transmite información o datos mediante una representación clara y simplificada. Pueden ser un valioso complemento de presentaciones e infografías, ya que ayudan a transmitir información de forma visual y más rápida.

Goles anotados en 4 partidos	
Primer partido	    
Segundo partido	  
Tercer partido	 
Cuarto partido	  
Cada  = 1 gol	



Elaboramos



ACTIVIDAD GRUPAL



Instrucciones: con base a los nuevos conocimientos adquiridos, reúnanse en equipos y realicen un estudio sobre el uso de redes sociales con las características que se enlistan a continuación:

1. Elaboren una encuesta sobre las redes sociales, donde deben incluir, edad, que redes sociales se usan más, cantidad de seguidores, etc. Deben ser preguntas que te ayuden a visualizar y explicar por medio de gráficas; así como de proponer estrategias, aportaciones que ayuden al brindar buen uso de las redes.
2. Una vez que se recabe la información por medio de google forms, definir que sector se aplicará (amigos, estudiantes, etc).
3. Ordenar la información en la tabla de distribución de frecuencias; se debe usar una tabla de excel en donde ordenen la información, en base a la explicación anterior.
4. Una vez que recabaste la información presentarlas por medio de gráficas que se explicaron durante las **progresiones 6 y 7**.
5. ¿Qué variables puedes encontrar en las gráficas como su relación?



Evaluamos



ACTIVIDAD TRANSVERSAL



Instrucciones: trabajar en equipo la siguiente actividad.

Imaginen que van a realizar un viaje al extranjero y necesitan pagar el transporte, la comida y las entradas a los museos de la ciudad que desean visitar. Independiente del lugar al que vayan, el precio del dólar es un referente para poder hacer un presupuesto real y que el tipo de cambio no les consuma el dinero que llevan.

Nota: se considera que el presupuesto es limitado y se debe hacer rendir el dinero.

- ¿Qué estrategia se les ocurre que pueden usar, para tener un aproximado de cuánto valdrá el dólar en 3-5 días a partir de hoy?
- Equipos de 4 alumnos
- Propuestas y resaltar elementos interesantes
- Apóyate en la figura 1.

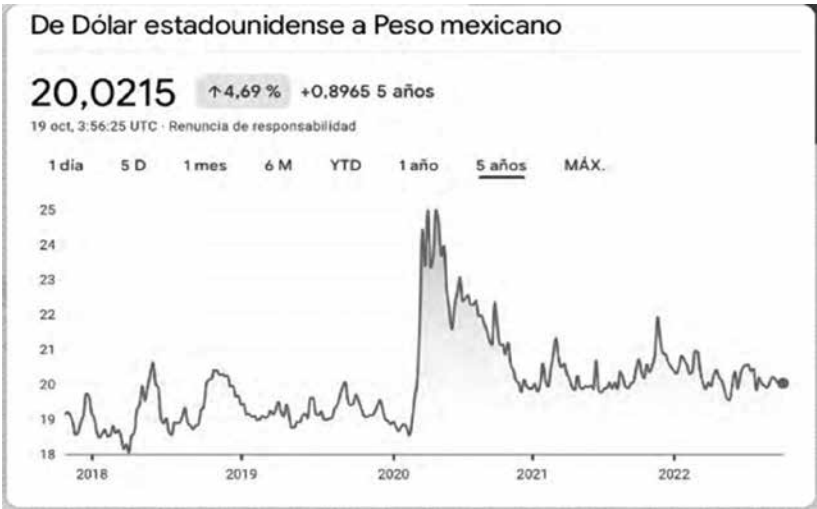


Fig. 1. Serie de tiempo para el precio del dólar americano a pesos mexicanos. Fuente. Google stock.



Analiza cómo se relacionan entre sí dos o más variables categóricas a través del estudio de alguna problemática o fenómeno de interés para el estudiantado, con la finalidad de identificar si dichas variables son independientes.

Meta de aprendizaje

M3 Compara hechos, opiniones o afirmaciones para organizarlos en formas lógicas útiles en la solución de problemas y explicación de situaciones y fenómenos.

M4 Argumenta a favor o en contra de afirmaciones acerca de situaciones, fenómenos o problemas propios de la matemática, de las ciencias o de su contexto.

Categoría

C2 Procesos de intuición y razonamiento.

Subcategoría

S1 Capacidad para observar y conjeturar.

S2 Pensamiento intuitivo.

S3 Pensamiento formal.

Contenido

1.- Coeficiente de regresión lineal.





Enganchamos



¿Sabías que?

Mediante el método de regresión lineal simple se puede construir una ecuación y la respectiva recta para describir cómo una variable dependiente es afectada por una variable independiente.



Exploramos

Coefficiente de regresión lineal.

La **regresión lineal** es una técnica estadística que, además de determinar la relación existente entre dos variables cuya tendencia general es rectilínea, permite realizar estimaciones precisas de cómo se comporta la **variable dependiente (y)** con respecto a los valores que toma la **variable independiente (x)**.

Se denomina **regresión lineal** por que utiliza una función lineal que puede ser representada con la ecuación de una recta de la forma:

$$y=ax+b$$

Con esta ecuación se determinan dos parámetros:

- El valor de “**a**” que puede ser negativo o positivo, se denomina pendiente, ordenada al origen o coeficiente de regresión.
- El valor de “**b**” que puede ser negativo, positivo o igual a cero, se llama intercepto.

El procedimiento para obtener valores de a y b para un conjunto de datos x e y implica primero calcular la pendiente y posteriormente el intercepto.

Para calcular la pendiente se utiliza la siguiente fórmula:

$$a = \frac{\sum xy - n \bar{x} \bar{y}}{\sum x^2 - n (\bar{x})^2}$$

Donde:

a= pendiente

x=variable dependiente

y=variable independiente

n=cantidad de datos

Σ =sumatoria

$\bar{x}$: media de la variable independiente

$\bar{y}$: media de la variable dependiente.

Una vez calculada la pendiente se calcula el intercepto con la siguiente fórmula:

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

Donde:

b = al intercepto (ordenada al origen)

a = pendiente

$\bar{x}$ = media de la variable independiente

$\bar{y}$ = media de la variable dependiente.





Explicamos



ACTIVIDAD GUIADA POR EL DOCENTE



Instrucciones: la siguiente tabla representa la cantidad de llamadas recibidas en el teléfono celular de Cesar durante 10 días y el total de minutos hablados por día.

llamadas (x)	4	3	8	2	1	5	7	3	6	4
minutos por día (y)	8	10	6	9	8.5	7	6	7.5	8	8

¿Cuántos minutos habla César si en un día llega hacer 10 llamadas?

x	y	x^2	xy
4	8		
3	10		
8	6		
2	9		
1	8.5		
5	7		
7	6		
3	7.5		
6	8		
4	8		
$\sum x =$	$\sum y =$	$\sum x^2 =$	$\sum xy =$

- 1) Realizar la sumatoria de la columna “x”.
- 2) Realizar la sumatoria de la columna “y”.
- 3) Elevar la variable independiente “x” al cuadrado.
- 4) Obtener el producto de las variables x e y la sumatoria.

- 5) Calcular las media x e y.

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} =$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} =$$

- 6) Calcular la pendiente "a" o coeficiente de correlación.

$$a = \frac{\sum xy - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x^2 - n(\bar{x})^2} =$$

- 7) Calcular el intercepto.

$$b = \bar{y} - a\bar{x} =$$

- 8) Sustituir a y b en la ecuación de la recta.

$$y = ax + b$$

- 9) ¿Cuántos minutos habla Cesar si un día llega hacer 10 llamadas?
 $y = -0.44x + 9.69$.

Respuestas: 1) $\sum x = 43$, 2) $\sum y = 78$; 3) $\sum x^2 = 229$; 4) $\sum xy = 316$; 5) $\bar{x} = 4.3$

$\bar{y} = 7.8$; 6) $a = -0.44$; 7) $b = 9.69$; 8) $y = -0.44x + 9.69$; 9) 5.2



Elaboramos



ACTIVIDAD COLABORATIVA GUIADA POR UN TUTOR



Instrucciones: en equipos de 4 elementos realicen la actividad que se describe a continuación escribiendo tu proceso.

- 1) En una empresa de tornillos se registran los días laborados por 10 trabajadores, así como las piezas elaboradas por cada uno de ellos.

Días (x)	14	18	1	11	7	11	10	7	20	6
Piezas (y)	93	93	79	52	56	62	87	83	100	78

¿Cuántas piezas puede producir un obrero si trabaja 25 días?

- 1. Realizar la sumatoria de las columnas “x”, “y”.
- 2. Elevar la variable independiente “x” al cuadrado.
- 3. Obtener el producto de las variables y la sumatoria “xy”.

x	y	x ²	xy
14	93		
18	93		
1	79		
11	52		
7	56		
11	62		
10	87		
7	83		
20	100		

6	78		
$\sum x =$	$\sum y =$	$\sum x^2 =$	$\sum xy =$

- 1) Realizar la sumatoria de la columna "x".
- 2) Realizar la sumatoria de la columna "y".
- 3) Elevar la variable independiente "x" al cuadrado.
- 4) Obtener el producto de las variables x e y la sumatoria.

- 5) Calcular las media x e y

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} =$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} =$$

- 6) Calcular la pendiente "a" o coeficiente de correlación.

$$a = \frac{\sum xy - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x^2 - n(\bar{x})^2} =$$

- 7) Calcula el intercepto.

$$b = \bar{y} - a\bar{x} =$$

- 7) Sustituir a y b en la ecuación de la recta.

$$y = ax + b$$

- 8) ¿Cuántas piezas puede producir un obrero si trabaja 25 días?



Evaluamos



ACTIVIDAD INDIVIDUAL



Instrucciones: realiza la siguiente actividad.
Andrea es vendedora de casas usadas. Ella quiere saber si el precio al que se venden (y) se relaciona con la antigüedad de la casa (x). Para ello selecciona al azar 10 casas vendidas en colonias de nivel social y área construida parecida.

Antigüedad (x)	8	6	8	5	2	7	3	6	3	10
miles de pesos (y)	200	350	250	380	450	230	420	360	440	210

1. ¿Cuál es la sumatoria de la línea “x”?
- a) 68

b) 58

c) 108

d) 48
2. ¿Cuál es la sumatoria de la línea “y”?
- a) 3200

b) 2290

c) 3290

d) 1290
3. ¿Cuál es la sumatoria de elevar la variable independiente “x” al cuadrado?
- a) 396

b) 296

c) 196

d) 409
4. ¿Cuál es la sumatoria del producto de las variables?
- a) 16,560

b) 16,930

c) 18,900

d) 16,950
5. ¿Calcular la media “x” ?
- a) 5.8

b) 58

c) 0.58

d) 580

6. ¿Calcular la media y ?

- | | |
|----------|--------|
| a) 32.90 | c) 329 |
| b) 239 | d) 293 |

7. ¿Calcular la pendiente "a" o coeficiente de correlación?

- | | |
|----------|-----------|
| a) 35.77 | c) 45.77 |
| b) 25.77 | d) 252.37 |

8. ¿Calcula el intercepto "b"?

- | | |
|-------------|-----------|
| a) 221.54 | c) 321.54 |
| b) -1430.84 | d) 212.95 |

9. ¿Cuál es el resultado de sustituir a y b en la ecuación de la recta ?

- | | |
|---------------------------|----------------------------|
| a) $y = -31.04x + 212.95$ | c) $y = 252.37x - 1430.84$ |
| b) $y = 45.21x + 121.54$ | d) $y = 350.21x + 120.54$ |

10. ¿Cuál es el promedio de venta en pesos de una casa con 12 años de antigüedad?

- | | |
|-----------|-----------|
| a) 550.78 | c) 1597.6 |
| b) 1597.6 | d) 120.7 |



9

PROGRESIÓN

Analiza dos o más variables cuantitativas a través del estudio de alguna problemática o fenómenos de interés para el estudiantado, con la finalidad de identificar si existe correlación entre dichas variables.

Meta de aprendizaje

M3 Compara hechos, opiniones o afirmaciones para organizarlos en formas lógicas útiles en la solución de problemas y explicación de situaciones y fenómenos.

M4 Argumenta a favor o en contra de afirmaciones acerca de situaciones, fenómenos o problemas propios de la matemática, de las ciencias o de su contexto.

Categoría

C2 Procesos de intuición y razonamiento.

Subcategoría

S1 Capacidad para observar y conjeturar.

S2 Pensamiento intuitivo.

S3 Pensamiento formal.

Contenido

1. Variables cuantitativas y análisis de casos.



Enganchamos

Variables cuantitativas y análisis de casos



¿Sabías que?

Si dos variables cuantitativas presentan cierta relación o dependencia se dice que están correlacionadas, y cuando la intensidad de la relación entre ellas se da de forma lineal, entonces existe una correlación lineal.



Exploramos

La correlación lineal entre dos variables se puede interpretar de tres formas:

- a) Directa. Cuando al aumentar una de las variables también aumenta la otra.
- b) Inversa. Cuando al aumentar una de las variables disminuye la otra.
- c) Nula. Cuando no existe dependencia alguna entre las variables.

El coeficiente de correlación lineal mide el grado en que dos variables tienden a cambiar al mismo tiempo. Para calcularlo se utiliza la siguiente fórmula.

$$r = \frac{n(\sum xy) - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{[n(\sum x^2) - (\sum x)^2][n(\sum y^2) - (\sum y)^2]}}$$

Donde:

r = coeficiente de correlación

x = variable independiente

y = variable dependiente

n = cantidad de datos

Σ = sumatoria

El coeficiente obtenido como resultado en la fórmula tiene un valor en el intervalo de $-1 \leq r \leq 1$ e indica qué tipo de correlación existe entre los datos y la fuerza que ésta tiene de acuerdo con las siguientes acotaciones.

- Si el coeficiente toma valores cercanos a "-1" la correlación es fuerte e inversa, y será tanto más fuerte cuando más se aproxime 'r' a "-1"
- Si el coeficiente toma valores cercanos a "1" la correlación es fuerte y directa, y será tanto más fuerte cuanto más se aproxima "r" a "1".
- Si el coeficiente toma valores cercanos a 0, la correlación es débil.
- Si "r" = 1 o -1, los puntos de la nube están sobre la recta creciente o decreciente. Entre ambas variables hay dependencia funcional.



Explicamos



ACTIVIDAD GUIADA POR EL DOCENTE



Instrucciones: la tabla siguiente muestra el precio de venta de cierto producto mes con mes, así como el costo de producción de la compañía que lo elabora. ¿Cuál es la relación que existe entre el precio de venta y los gastos de producción?

- Elevar la variable "x" al cuadrado
- Elevar la variable "y" al cuadrado
- Calculen el producto de las variables
- ¿Cuál es el valor de la sumatoria $\sum x$?

x	y	x^2	y^2	xy
50	51			
54	64			
72	56			
59	68			
60	70			
51	56			
71	76			
74	72			
54	61			
77	74			
$\Sigma x =$	$\Sigma y =$	$\Sigma x^2 =$	$\Sigma y^2 =$	$\Sigma xy =$

5. ¿Cuál es el valor de la sumatoria $\sum y$?

6. ¿Cuál es el valor de la sumatoria $\sum x^2$?

7. ¿Cuál es el valor de la sumatoria $\sum y^2$?

8. ¿Cuál es el valor de la sumatoria $\sum xy$?

9. ¿Cuál es el coeficiente de correlación lineal?

10. ¿Qué indica el coeficiente de correlación lineal?

Respuestas.

4) 622; 5) 648; 6) 39,644; 7) 42,650; 8) 40822; 9) 0.65

10) Indica que la relación de las variables es fuerte y directa. Es decir, cuando el precio de venta se incrementa un peso, el costo de producción aumenta proporcionalmente 0.65 centavos.



Elaboramos



ACTIVIDAD GUIADA POR UN TUTOR



Instrucciones: en equipos de 4 elementos realicen la actividad que se describe a continuación escribiendo tu proceso.

En una preparatoria se registraron las calificaciones y el porcentaje de asistencias de 14 alumnos. El director quiere saber si existe alguna relación entre las calificaciones de los jóvenes y su porcentaje de asistencia.

Calificación	7	9	10	9	10	8	8	7	6	10	5	6	7	8
% de asistencia	96	93	92	100	100	91	94	91	97	94	96	92	99	94

- 1) Elaboren la tabla.
- 2) Elevar la variable “x” al cuadrado
- 3) Elevar la variable “y” al cuadrado
- 4) Calculen el producto de las variables
- 5) ¿Cuál es el valor de la sumatoria Σx ?

x	y	x^2	y^2	xy

6. ¿Cuál es el valor aproximado de la sumatoria Σy ?

7. ¿Cuál es el valor aproximado de la sumatoria Σx^2 ?

8. ¿Cuál es el valor aproximado de la sumatoria Σy^2 ?

9. ¿Cuál es el valor de la sumatoria Σxy ?

10. ¿Cuál es el coeficiente de correlación lineal?

11. ¿Qué nos indica el coeficiente de correlación lineal?



Evalúamos



ACTIVIDAD INDIVIDUAL



Instrucciones: observa la tabla que muestra el peso y la estatura de 7 personas en el centro de salud, construye la tabla de sumatorias, contesta y subraya la respuesta correcta.

Estatura (m)	1.30	1.42	1.44	1.50	1.55	1.70	1.80
Peso (kg)	32.5	42	42.5	51	51	67	70

1) ¿Cuál es el valor aproximado de la sumatoria Σx ?

- a) 5.80
- b) 6.79
- c) 10.71
- d) 11

2) ¿Cuál es el valor aproximado de la sumatoria Σy ?

- a) 256
- b) 356
- c) 400
- d) 234

3. ¿Cuál es el valor aproximado de la sumatoria Σx^2 ?

- a) 16.55
- b) 13.6
- c) 11
- d) 12

4. ¿Cuál es el valor aproximado de la sumatoria Σy^2 ?

- a) 15,200.76
- b) 19,217.5
- c) 23,675.12
- d) 12,234.89

5. ¿Cuál es el valor aproximado de la sumatoria Σxy ?

- a) 359.23
- b) 234.78
- c) 237.90
- d) 558.54

6. ¿Cuál es el valor aproximado del coeficiente de correlación lineal?

- a) 0.52
- b) -1
- c) 1.02
- d) -0.45

7) ¿Qué nos indica el coeficiente de correlación lineal?

- a) correlación fuerte e inversa
- b) correlación fuerte y directa
- c) correlación débil
- d) dependencia función





10

PROGRESIÓN

Cuestiona afirmaciones estadísticas y gráficas, considerando valores atípicos (en el caso de variables cuantitativas) y la posibilidad de que existan factores o variables de confusión.

Meta de aprendizaje

M1 Observa y obtiene información de una situación o fenómeno para establecer estrategias o formas de visualización que ayuden a entenderlo.

M2 Socializa con sus pares sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema tanto teórico como de su entorno.

Categoría

C2 Procesos de intuición y razonamiento.

C4 Interacción y lenguaje matemático.

Subcategoría

S1 Capacidad para observar y conjeturar.

S1 Registro escrito, simbólico, algebraico e iconográfico.

S3 Ambiente matemático de comunicación.

Contenido

1.- Sesgo.

2.- Curtosis.





Enganchamos



¿Sabías que?

El **sesgo** representa el grado de asimetría de una distribución si esta es representada por medio de un polígono de frecuencias y que la **curtosis** indica la cantidad de datos que se encuentran cerca del valor central de la gráfica.



Exploramos



ACTIVIDAD GUIADA POR EL DOCENTE



Instrucciones: guiados por el docente lean y subrayen la siguiente información.

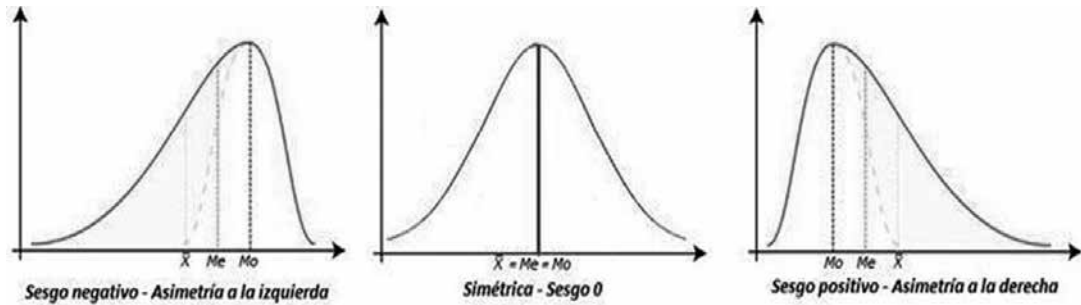
Sesgo.

El **sesgo** es una medida de forma que indica en cuál lado de la media se concentra la mayor cantidad de datos de una muestra.

Existen tres tipos de sesgo:

- a) Negativo. Los datos se concentran a la izquierda de la media.
- b) Normal. Existe el mismo número de datos a la izquierda que a la derecha de la media.

c) Positivo. Los datos se concentran a la derecha de la media.



Después de aplicar la fórmula considerar:

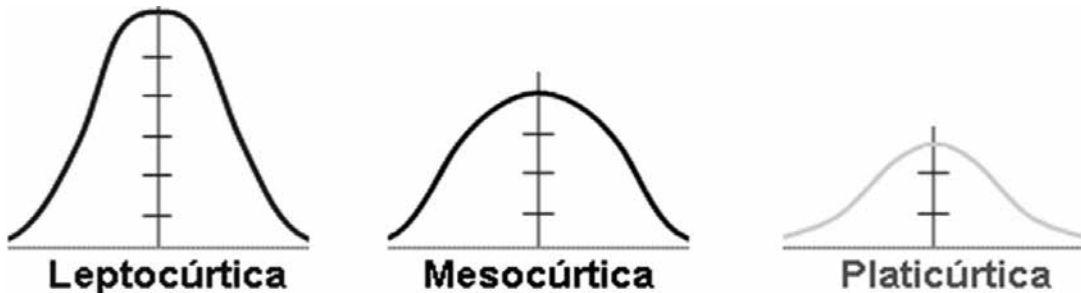
- 1) Si el valor es menor que 0, el sesgo es negativo.
- 2) Si el valor es igual a 0, el sesgo es normal.
- 3) Si el valor es mayor que 0, el sesgo es positivo.

Curtosis.

La **curtosis** mide qué tan achatada o puntiaguda está una curva de distribución.

Existen tres tipos de curtosis:

- a) **Leptocúrtico**. Tiene un pico alto, los datos están muy concentrados en el centro de la gráfica y el coeficiente de curtosis es mayor que cero.
- b) **Mesocúrtico**. La curva tiene una distribución normal y el coeficiente de curtosis es igual a cero.
- c) **Platicúrtico**. Presenta una forma muy achatada, la concentración de datos en el centro de la gráfica es poca y el coeficiente de curtosis es menor que cero.





Explicamos



ACTIVIDAD GUIADA POR EL DOCENTE



Instrucciones: lee con atención y responde de manera individual los siguientes problemas.

Problema 1: una fletera registra los kilómetros que recorre su flota de camiones durante un día de trabajo y quiere saber si todos recorren aproximadamente la misma cantidad o, en su caso, cuál es la tendencia de las distancias recorridas.

- 1) Calcula la sumatoria de " x_i ".
- 2) Calcula los productos de $x(x_i)$ y la Σ .
- 3) Calcula la media aritmética $\bar{x} = \frac{\Sigma(x \cdot x_i)}{\Sigma x_i} =$
- 4) Calcula la diferencia $x_i - \bar{x}$.
- 5) Elevar las diferencias al cuadrado $(x_i - \bar{x})^2$.
- 6) Calcular el producto de, $x_i (x_i - \bar{x})^2$ y la Σ .
- 7) Elevar las diferencias al cubo $(x_i - \bar{x})^3$
- 8) Realizar el producto $x_i (x_i - \bar{x})^3$ y la Σ .
- 9) Elevar a la cuarta potencia $(x_i - \bar{x})^4$

10) Realizar el producto $\sum x_i (x_i - \bar{x})^4$ y la Σ .

11) Calcula el momento dos $m_2 = \frac{\sum x_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum x_i} =$

12) Calcula el momento tres $m_3 = \frac{\sum x_i (x_i - \bar{x})^3}{\sum x_i} =$

13) Calcula el momento cuatro $m_4 = \frac{\sum x_i (x_i - \bar{x})^4}{\sum x_i} =$

14) Calcula el sesgo $s = \frac{m_3}{\sqrt{(m_2)^3}} =$

15) ¿Cómo es el sesgo?

16) Calcula la curtosis $C = \frac{m_4}{(m_2)^2} - 3$

17) ¿Cómo es el histograma?

18) ¿Qué tipo de curtosis es?

x	Frecuencia x_i	$x(x_i)$	$xi - \bar{x}$	$(xi - \bar{x})^2$	$\chi_i (xi - \bar{x})^2$	$(xi - \bar{x})^3$	$xi(xi - \bar{x})^3$	$(xi - \bar{x})^4$	$xi(xi - \bar{x})^4$
1	2								
2	5								
3	9								
4	5								
5	2								
	$\Sigma=$	$\Sigma=$			$\Sigma=$		$\Sigma=$		$\Sigma=$



Elaboramos



ACTIVIDAD GUIADA POR UN TUTOR



Instrucciones: en equipos de 4 elementos calculamos el sesgo y la curtosis de un test de personalidad, escribe en tu libreta el proceso.

x	Frecuencia x_i	$x(x_i)$	$xi - \bar{x}$	$(xi - \bar{x})^2$	$\chi_i (xi - \bar{x})^2$	$(xi - \bar{x})^3$	$xi(xi - \bar{x})^3$	$(xi - \bar{x})^4$	$xi(xi - \bar{x})^4$
1	2								
2	5								
3	9								
4	5								
5	2								
	$\Sigma=$	$\Sigma=$			$\Sigma=$		$\Sigma=$		$\Sigma=$



Evaluamos



ACTIVIDAD INDIVIDUAL



Instrucciones: de forma individual resuelve la siguiente actividad donde un grupo de alumnos obtuvieron las siguientes calificaciones.

x	Frecuencia x_i	$x(x_i)$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$X_i(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^3$	$x_i(x_i - \bar{x})^3$	$(x_i - \bar{x})^4$	$x_i(x_i - \bar{x})^4$
1	2								
2	5								
3	9								
4	5								
5	2								
	$\Sigma x_i =$	$\Sigma (x \cdot x_i)$			$\Sigma X_i(x_i - \bar{x})^2$		$\Sigma x_i(x_i - \bar{x})^3$		$\Sigma x_i(x_i - \bar{x})^4$

1) Calcula la sumatoria de "xi"

- a) 30
- c) 35
- b) 34
- d) 36

2) ¿Cuál es la sumatoria del producto $x(x_i)$?

- a) 234
- c) 293
- b) 298
- d) 300

3) Calcula la media aritmética $\bar{x} = \frac{\Sigma(x \cdot xi)}{\Sigma xi} =$

- a) 8.37
- b) 9.8
- c) 6.87
- d) 10

4) ¿Cuál es la sumatoria del producto $\Sigma xi(xi - \bar{x})^2$?

- a) 215.15
- b) 209.87
- c) 123.87
- d) 234.87

5) ¿Cuál es la sumatoria del producto $\Sigma xi(xi - \bar{x})^3$?

- a) 526.07
- b) -526.07
- c) 426.87
- d) -919.39

6) ¿Cuál es la sumatoria del producto $\Sigma xi(xi - \bar{x})^4$?

- a) 5729.46
- b) 6000.45
- c) 1234.87
- d) 3456.98

7) Calcula el momento dos $m_2 = \frac{\Sigma xi(xi - \bar{x})^2}{\Sigma xi} =$

- a) 3.84
- b) 4.84
- c) 5.84
- d) 6.14

8) Calcula el momento tres $m_3 = \frac{\Sigma xi(xi - \bar{x})^3}{\Sigma xi}$

- a) - 32.98
- b) -23.87
- c) -26.26
- d) -15.03

9) Calcula el momento cuatro $m_4 = \frac{\Sigma xi(xi - \bar{x})^4}{\Sigma xi}$

- a) 163.69
- b) -163.69
- c) 156.90
- d) 123.45

10) ¿Cuál es el resultado de calcular el sesgo: $s = \frac{m_3}{\sqrt{(m_2)^3}} = ?$

- a) -0.114
- b) -0.345
- c) -0.075
- d) 0.345

11) Calcula la curtosis $C = \frac{m_4}{(m_2)^2} - 3$

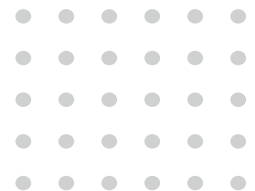
- a) 1.80
- b) 1.90
- c) -1.80
- d) 1.34

12) ¿Cómo es el sesgo del histograma?

- a) simétrico
- b) simétrico positivo
- c) asimétrico negativo
- d) ninguno de los anteriores

13) ¿Cómo es la curtosis del histograma?

- a) mesocúrtico
- b) leptocúrtico
- c) platicúrtico
- d) ninguno de los anteriores



3

PARCIAL





1

PROGRESIÓN

Identifica, ante la imposibilidad de estudiar la totalidad de una población, la opción de extraer información de ésta a través del empleo de técnicas de muestreo, en particular, valora la importancia de la aleatoriedad al momento de tomar una muestra.

Meta de aprendizaje

M1 Observa y obtiene información de una situación o fenómeno para establecer estrategias o formas de visualización que ayuden a entenderlo.

M2 Construye un modelo matemático, identificando las variables de interés, con la finalidad de explicar una situación o fenómeno y/o resolver un problema tanto teórico como de su entorno.

Categoría

C2 Procesos de intuición y razonamiento.

C3 Solución de problemas y modelación.

Subcategoría

S1 Capacidad para observar y conjeturar.

S2 Pensamiento intuitivo.

S3 Pensamiento formal.

S2 Construcción de modelos.

S3 Estrategias heurísticas y ejecución de procedimientos no rutinarios.

Contenido

1.- Recolecta información y analiza datos con respecto a una muestra.



Enganchamos

Recolecta información y analiza datos con respecto a una muestra.

Métodos de Recolección de la Información.

Encuestas

Entrevistas

Pruebas

**Evaluaciones
Fisiológicas**

Observaciones

**Revisión de
registros
existentes**

**Muestras
biológicas**



Hay muchas maneras de recolectar información en una investigación. El método elegido dependerá de la pregunta de investigación que se formule.

Algunos métodos de recolección de información incluyen encuestas, entrevistas, pruebas, evaluaciones fisiológicas, observaciones, revisión de registros existentes y muestras biológicas, etc.





Explicamos

A continuación, te definimos algunas de ellas, las otras podrás investigarlas por ti mismo.

Encuesta: Una encuesta es una serie de preguntas dirigidas a los participantes en la investigación. Estas pueden ser administradas en persona, por correo, teléfono o electrónicamente (como correo electrónico o en Internet). Las encuestas son utilizadas para tener información sobre muchas personas y pueden incluir opción múltiple o preguntas abiertas (salud, conocimiento, opiniones, creencias, actitudes o habilidades).

Entrevista: Una entrevista es una interacción que involucra al que investiga y a un participante o participantes y las preguntas se formulan en persona, por teléfono o incluso de manera electrónica. Durante una entrevista, se hacen preguntas para obtener información detallada sobre el participante acerca del tema de estudio. Las preguntas pueden ser similares a las formuladas en una encuesta.

Prueba: Una prueba es una forma o una tarea física o mental para la cual se ha determinado un estándar normal, o para la cual se conoce las respuestas correctas. El desempeño de un participante en una prueba es comparado contra estos estándares y/o respuestas correctas.

Las pruebas son usadas en la investigación para determinar la aptitud, habilidad, conocimiento, estado de salud física o mental del participante en comparación a la población en general.

Las pruebas pueden ser en persona, o por un medio electrónico. Un ejemplo serían las pruebas aplicadas a estudiantes que miden desempeño académico como la prueba PLANEA, habilidad matemática, comprensión lectora, etc.

Evaluaciones Fisiológicas: Las evaluaciones fisiológicas son medidas en que las características físicas de un participante son registradas, como la presión arterial, ritmo cardíaco o fortaleza física. En una investigación relacionada con la salud, la evaluación fisiológica puede utilizarse para determinar el estado de salud de un participante antes, durante o después de ser parte en un estudio. Un ejemplo sería hacer que las personas de la tercera edad se toquen los dedos de los pies para evaluar su flexibilidad y alcance.

Es extremadamente importante realizar la recolección de información con precisión (confiabilidad), exactitud (validez) y seriedad para así garantizar un mínimo de errores. **La integridad y utilidad de la investigación se verá disminuida si las mediciones del estudio no son correctas.**

Manejo de la información

Cuando se han obtenido muestras es de suma importancia manejar la información de forma correcta ya que estas deben organizarse de manera adecuada para luego analizar los datos, que recordemos, estos pueden ser: datos cuantitativos (números) o datos cualitativos (características).

Los datos o variables de la muestra pueden trabajarse de dos formas: datos sin agrupar y datos agrupados y se deberá mostrar la frecuencia en la que aparecen las variables de una muestra para con ello hacer inferencias.

Por lo que deberás entender cómo se pueden construir las tablas de frecuencias y como interpretar esta información.

¿Qué es una tabla de frecuencia?

La tabla de frecuencia es una tabla donde los datos estadísticos aparecen bien organizados, distribuidos según su frecuencia, es decir, según las veces que se repite en la muestra.

En esta tabla se representan los diferentes tipos de frecuencias, ordenados en columnas.

La tabla de frecuencia es una herramienta que permite la realización de los gráficos o diagramas estadísticos de una forma más fácil.

Tipos de frecuencias

Antes de aprender a construir una tabla de frecuencias, debemos conocer los tipos de frecuencias que existen y cómo se calculan cada una de ellas. Existen frecuencias absolutas y relativas, así como frecuencias absolutas y relativas acumuladas.

Vamos a ver cada una de ellas más despacio:

Frecuencia absoluta: La **frecuencia absoluta** es el **número de veces que un dato se repite** dentro de un conjunto de datos. Se representa como f_i , donde la «i» corresponde al número de dato.

La forma de obtener la frecuencia absoluta no es otra que contando las veces que aparece el dato en el conjunto de datos.

La suma de las frecuencias absolutas corresponde al número total de datos, representado por la letra N:

$$\sum_{i=1}^{i=n} f_i = f_1 + f_2 + \dots + f_n = N$$

Frecuencia absoluta acumulada

La **frecuencia absoluta acumulada** es la suma de las frecuencias absolutas que se va acumulando hasta ese dato, es decir, la frecuencia absoluta acumulada de un dato en concreto se obtiene sumando su frecuencia absoluta a las frecuencias absolutas de los datos que son menores que él.

Se representa como «Fi», donde «i» es el número de dato.

Se calcula **sumando la frecuencia absoluta de un dato más la frecuencia absoluta del dato anterior**. Por tanto, la **frecuencia absoluta acumulada del primer dato coincide con su frecuencia absoluta** y la **frecuencia absoluta acumulada del último dato coincide con el número total de datos**.

Frecuencia relativa

La **frecuencia relativa** de un dato es el número que se repite ese dato en relación al número total de datos, o, en otras palabras, es la proporción de veces que aparece ese dato con respecto al total.

Se representa como «ni», siendo «i» el número de dato. y se calcula dividiendo la frecuencia absoluta de cada dato entre el número total de datos:

$$n_i = \frac{f_i}{N}$$

Frecuencia relativa acumulada

La **frecuencia relativa acumulada** es el mismo concepto que para la frecuencia absoluta acumulada.

Se representa como «Ni», donde la «i» es el número de dato y se puede obtener como el cociente entre la frecuencia absoluta acumulada para cada dato entre el número de datos totales:

$$N_i = \frac{F_i}{N}$$

Finalmente te presentamos como debes construir una tabla de frecuencias, deberás asignar en el encabezado de cada columna las frecuencias que obtendrás según los datos obtenidos:

Intervalos	Frecuencia absoluta f_i	Frecuencia absoluta acumulada F_i	Frecuencia relativa n_i	Frecuencia relativa acumulada N_i
------------	------------------------------	--	------------------------------	--

Ejemplo 1: a continuación, te presentamos un ejemplo con datos tomados de una encuesta realizada a las personas que viven en cierta urbanización de una ciudad. Se ha realizado una encuesta preguntando cuántos dormitorios o habitaciones tienen sus viviendas. Los resultados sobre el número de dormitorios por vivienda fueron los siguientes: 1, 1, 3, 4, 1, 3, 3, 4, 1, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 4, 4, 4, 3



Elaboramos



ACTIVIDAD INDIVIDUAL



Instrucciones: responde las siguientes preguntas de la información recolectada en el ejemplo anterior.

- 1.- ¿De qué tamaño es la muestra?
- 2.- ¿Qué porcentaje de personas tienen una casa de una habitación?
- 3.- ¿Qué porcentaje de personas tienen una casa de 3 habitaciones?

De manera sencilla y sin mucho análisis ¿se pueden responder estas preguntas? Se hace evidente que NO. Por esta razón es mejor organizar la información utilizando tablas de frecuencias que permita hacer inferencias

Recuerda: responder preguntas basándote en la información de referencia.

A continuación, se muestra una tabla construida con los datos recabados, el dato menor recibido fue 1 y el mayor 4, por lo tanto, esos son los datos que servirán para construir la tabla de frecuencias.

Datos x_i	Frecuencia absoluta f_i	Frecuencia absoluta acumulada F_i	Frecuencia relativa $\frac{f_i}{n_i}$	Frecuencia relative acumulada $\frac{F_i}{N_i}$
1	6	6	$6/20=.30$	$6/20 \%$
2	5	11	$5/20=.25$	$11/20 \%$
3	4	15	$4/20=.20$	$15/20 \%$
4	5	20	$5/20=.25$	$20/20 \%$
total	20		$20/20$	100%

Ahora que ya ves la información organizada puedes responder fácilmente lo siguiente:

- ¿La muestra de que tamaño es? _____
- ¿Qué porcentaje de personas tienen una casa de una habitación? _____
- ¿Qué porcentaje de personas tienen una casa de 3 habitaciones? _____

La importancia de las tablas de frecuencia radica en la información que se puede obtener de ellas cuando se construyen, los datos sueltos eran solo datos, no generaban ninguna información, si ahora analizamos la tabla veremos que el 30% de las personas encuestadas tienen viviendas de solo una habitación mientras que el 20 % tiene 3 habitaciones, esto es obtener información de los datos que se analizan y ese es el objetivo de organizar los datos.

Ahora todo es más claro, ¿verdad?





Evaluamos



ACTIVIDAD



Instrucciones: reúnete con tus compañeros en equipos de 4 integrantes y respondan las siguientes preguntas.

Evaluación para el alumno:

1. ¿Haces la tarea por la tarde o por la noche?
2. ¿Cuánto tiempo pasas haciendo la tarea?
3. ¿Con qué actividades de clase aprendes más?
4. ¿Cuáles son los tres aspectos que pueden mejorar más la clase?
5. ¿Qué podrías hacer cuando un tema de la clase no te ha quedado claro?

Evaluación para el maestro:

Como calificarías a tu maestro de acuerdo a las siguientes preguntas:

1. Preparación de clases

- ☐ Pobre
- ☐ Aceptable
- ☐ Bueno
- ☐ Excelente

2. Explicación clara del tema

- ☐ Pobre
- ☐ Aceptable
- ☐ Bueno
- ☐ Excelente

3. Dominio del material disponible

- ☐ Pobre
- ☐ Aceptable
- ☐ Bueno
- ☐ Excelente

4. Métodos innovadores de enseñanza

- ☐ Pobre
- ☐ Aceptable
- ☐ Bueno
- ☐ Excelente

De acuerdo a las respuestas obtenidas comenta con tus compañeros en equipo y hagan un resumen que identifique de manera objetiva algún problema que se pueda estar presentando en tu salón de clases y que podrías mejorar.



Valora las ventajas y limitaciones de los estudios observacionales y los compara con el diseño de experimentos, a través de la revisión de algunos ejemplos tomados de diversas fuentes.

Meta de aprendizaje

M1 Describe situaciones o fenómenos empleando rigurosamente el lenguaje matemático y el lenguaje natural.

Categoría

C4 Interacción y lenguaje matemático.

Subcategoría

S3 Ambiente matemático de comunicación.

Contenido

- 1.- Estudio observacional
- 2.- Estudio experimental



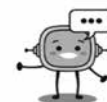


Enganchamos

Hacemos estudios para recolectar información y sacar conclusiones.

El tipo de conclusión que sacamos depende del método de estudio utilizado:

- En un **estudio observacional**, medimos o sondeamos a los miembros de una muestra sin tratar de afectarlos.
- En un **experimento controlado**, asignamos aleatoriamente personas o cosas a grupos y uno de los grupos sigue cierto tratamiento mientras que el otro no recibe el tratamiento.



Explicamos

Recuerda que la obtención de datos y su organización nos permite obtener conclusiones y tomar decisiones.

¿Qué es un estudio observacional?

En un estudio observacional, los investigadores observan a un grupo de personas para ver qué les sucede con el tiempo. Aunque los participantes del estudio pueden responder preguntas y completar cuestionarios, los investigadores no realizan ningún experimento y no tienen control sobre los participantes.

Un estudio observacional es básicamente un ejercicio de estadística. Los investigadores intentan encontrar correlaciones entre ciertos comportamientos y ciertos resultados. Por ejemplo, las personas que comen más verduras, ¿tienen un riesgo mayor o menor de desarrollar cierta enfermedad?

Aunque las estadísticas de los estudios observacionales pueden mostrar asociaciones entre ciertos comportamientos, estas asociaciones pueden ser, o no, relaciones de causa y efecto. En la mayoría de los casos un estudio observacional no es suficiente para poder determinar esta relación. A menudo, un estudio observacional puede proporcionar una evidencia muy débil. Se necesita un tipo diferente de estudio, generalmente un estudio experimental, para probar que algo es causa de algo más.



Ventajas	Desventajas
Relativamente fáciles de hacer.	No se dispone de información individual.
Puede usar datos de fuentes secundarias.	No se puede evaluar factores de confusión.
Bajo costo.	No se puede controlar por factores de confusión.
Se realizan relativamente rápido.	No se puede establecer incidencia.
Usa medidas indirectas.	No se puede establecer relación causal.

¿Qué es un estudio experimental?

El diseño experimental es una técnica estadística que permite identificar y cuantificar las causas de un efecto dentro de un estudio experimental. En un diseño experimental se manipulan deliberadamente una o más variables, vinculadas a las causas, para medir el efecto que tienen en otra variable de interés.

El método experimental implica la observación, la manipulación y el registro de las variables (dependiente, independiente, intervinientes, etc.) que afectan un objeto de estudio.

El diseño experimental es una técnica estadística apoyada en el método científico, donde se obtienen resultados más eficientes a partir de la metodología adecuada para recolectar, analizar e interpretar datos, que conduzcan a minimizar el error y tomar así decisiones apropiadas.

Ventajas	Desventajas
El investigador tiene el control de la investigación.	Si se descuida el experimento puede arrojar resultados alejados de la realidad.
El control debe ser constante.	Generalmente son costos, complejos y requiere tiempo.
Manipulación intencional de las variables.	



Un estudio observacional es cuando el investigador observa el efecto de una variable específica tal como ocurre de forma natural, sin intentar intervenir. En un experimento, el investigador manipula la situación y observa el efecto en un entorno más controlado.

**Exploramos****ACTIVIDADES**

Instrucciones: lee con atención los siguientes problemas y contesta lo que se pide.

Problema 1: Beber té antes de dormir.

Se hizo un estudio en el que se tomó una muestra aleatoria de adultos y se les preguntó sobre sus hábitos para dormir. Los datos mostraron que la gente que tomaba una taza de té antes de ir a dormir, tendían a irse a dormir más temprano que aquellas personas que no tomaban té.

Marca (✓) la respuesta que consideres correcta.

¿Qué tipo de método de estudio es este?

Estudio observacional

Estudio experimental

En otro estudio se tomó un grupo de adultos y se dividió aleatoriamente en dos grupos. A un grupo se le pidió beber té cada noche por una semana, mientras que al otro grupo se le pidió no beber té esa semana. Luego los investigadores compararon el momento en el que los individuos de cada grupo se quedaban dormidos.

Marca (✓) la respuesta que consideres correcta.

¿Qué tipo de método de estudio es este?

Estudio observacional

Estudio experimental

Problema 2: Redes sociales y felicidad.

En un estudio se asignaron aleatoriamente voluntarios a uno de los dos grupos:

- A un grupo se le indicó usar las redes sociales como de costumbre.
- Al otro grupo se les bloqueó el acceso a las redes sociales.



Los investigadores observaron cuál grupo tendía a ser más feliz.

Marca (✓) la respuesta que consideres correcta.

¿Qué tipo de método de estudio es este?

Estudio observacional _____

Estudio experimental _____

Problema 3

En otro estudio se tomó una muestra aleatoria de gente y se examinaron sus hábitos en redes sociales. Cada persona se clasificó como usuario esporádico, moderado o frecuente de las redes sociales. Los investigadores observaron cuál grupo tendía a ser más feliz.

Marca(✓) la respuesta que consideres correcta.

¿Qué tipo de método de estudio es este?

Estudio observacional _____

Estudio experimental _____



**Evaluamos****ACTIVIDADES**

Instrucciones: lee cada situación y marca la respuesta correcta.

Conclusiones en estudios observacionales contra experimentos.**Problema 1.**

Andrey trabaja en un centro de llamadas vendiendo seguros por teléfono. Mientras debatía qué saludo debería usar cuando llamara a clientes potenciales, “¡hey!” u “¡hola!”, decidió realizar un pequeño estudio.

Para sus siguientes llamadas, eligió uno de los saludos al azar lanzando una moneda y usó el mismo guion para todas sus ventas. Luego, comparó el porcentaje de llamadas en las que consiguió vender seguros utilizando cada saludo. Se dio cuenta de que era significativamente más probable que hiciera una venta en las llamadas que comenzaron con “¡hola!”.

¿Podemos concluir que el saludo causó la diferencia en las ventas? ¿Por qué?

- a. Sí, porque el tamaño de la muestra era grande.
- b. Sí, porque las llamadas fueron asignadas aleatoriamente a un saludo.
- c. Sí, porque los clientes fueron seleccionados al azar.
- d. No necesariamente, porque el tamaño de la muestra era demasiado pequeño.
- e. No necesariamente, porque no era un experimento.

Problema 2.

El superintendente de un distrito escolar grande tenía curiosidad sobre la relación entre las calificaciones de los estudiantes y su participación en actividades extracurriculares. Tomó una muestra aleatoria de estudiantes y encontró que los estudiantes con más participación en actividades extracurriculares tenían una mayor probabilidad de tener calificaciones altas que los estudiantes con poca o ninguna participación.

¿Qué conclusión puede sacar de este estudio?

- a. Para cualesquiera dos estudiantes en este estudio, el que participó más en actividades extracurriculares tenían calificaciones más altas.

- b. Cualquier estudiante de este estudio que participó en actividades extracurriculares tenía calificaciones altas.
- c. Hubo una asociación entre la participación en actividades extracurriculares y las calificaciones, pero no es necesariamente una relación causal.
- d. La participación en actividades extracurriculares causó que los estudiantes tuvieran calificaciones más altas.
- e. Las calificaciones más altas causaron que los estudiantes tuvieran una mayor participación en actividades extracurriculares.

Problema 3.

La mayoría de las personas que recibe encuestas en el correo no responde. Unos investigadores tenían curiosidad sobre qué tipo de recompensa sería más efectiva: enviar a alguien \$10 después de que mandara por correo una encuesta contestada, o enviar a alguien una encuesta con \$5 como “agradecimiento” de antemano ya sea que participe o no.

Los investigadores eligieron una muestra aleatoria de 1200 adultos y asignaron aleatoriamente a cada uno de ellos a uno de los tres grupos: \$10 después, \$5 de antemano o ninguna recompensa en absoluto. Encontraron que las personas en el grupo de \$5 eran significativamente más propensas a enviar de regreso la encuesta que las personas en cualquiera de los otros grupos.

¿Qué conclusión pueden sacar de este estudio?

- a. La finalización de la encuesta causó la diferencia en el tipo de recompensa.
- b. Los \$5 de antemano causaron la diferencia en la finalización de encuestas.
- c. Cualquier persona a la que se haya dado \$5 de antemano completará esta encuesta.
- d. Cualquier cantidad de dinero entregado de antemano conduciría a una tasa de respuesta más alta que cualquier cantidad de dinero dado después.
- e. Hubo una asociación entre el tipo de recompensa y la finalización de encuestas, pero no necesariamente es una relación causal.



Describe un fenómeno, problemática o situación de interés para el estudiantado utilizando las medidas de tendencia central (media, mediana y moda) y de dispersión (desviación estándar, varianza, rango intercuartil, etc.) adecuadas al contexto y valora que tipo de conclusiones puede extraer a partir de dicha información.

Meta de aprendizaje

M4 Argumenta a favor o en contra de afirmaciones acerca de situaciones, fenómenos o problemas propios de la matemática, de las ciencias o de su contexto.

M3 Aplica procedimientos, técnicas y lenguaje matemático para la solución de problemas propios del Pensamiento Matemático, de Áreas de Conocimiento, Recursos Sociocognitivos, Recursos Socioemocionales y de su entorno.

Categoría

C2 Procesos de intuición y razonamiento.

C3 Solución de problemas y modelación.

Subcategoría

S1 Capacidad para observar y conjeturar.

S2 Pensamiento intuitivo.

S3 Pensamiento formal.

S1 Uso de modelos.

S3 Estrategias heurísticas y ejecución de procedimientos no rutinarios.

Contenido

1.- Medidas de tendencia central.

2.- Medidas de dispersión y dispersión relativa: para datos agrupados.





Enganchamos

La importancia de la vacunación como medida para la prevención de enfermedades.

Por más de 200 años las vacunas han formado parte de la lucha de la humanidad en contra de las enfermedades y son consideradas como una herramienta que favorece la salud de la población. Esta práctica ayuda a proteger la salud y la de las personas que nos rodean, sin embargo, es importante saber que no siempre se puede aplicar una vacuna, por ejemplo, no se recomienda administrar ciertas vacunas a recién nacidos o a personas con **inmunodepresión** o que padecen alguna enfermedad crónica o alergias; por tal motivo, es importante consultar a los profesionales de la salud antes de su aplicación.



Inmunodepresión: debilitamiento del sistema inmunitario y de su capacidad para combatir infecciones y otras enfermedades.

Como hemos visto anteriormente la estadística estudia los métodos científicos para recoger, organizar, resumir y analizar datos, así como para sacar conclusiones válidas y tomar decisiones apropiadas basadas en el análisis de tipo científico. Las tablas de frecuencias y de contingencia han sido herramientas útiles para registrar datos de interés de diversos fenómenos, situaciones, etc.

A partir de las **medidas de tendencia central y de dispersión** que es el tema que se explicará a continuación.



Exploramos

1. Reúnanse en equipos y elaboren preguntas sobre un tema de interés, puede ser sobre: Deporte favorito, estatura, etc.
2. Representen el resultado que obtuvieron y muéstrenlos en una gráfica (progresión 7) y justifiquen su elección.
3. En media cuartilla redacten una conclusión en base a los resultados obtenidos, es importante recordar las progresiones vistas con anterioridad.

Gráfica

Conclusión



Explicamos

Medidas de tendencia central

Es por ello que para poder calcular datos y representarlos de manera gráfica para después analizarlos, se usan los diferentes tipos de tendencia central, que se denominan como: **la media aritmética o media, la mediana, la moda, la media geométrica y la media armónica.**

1. **Media aritmética, o simplemente media**, de un conjunto de n números $X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_N$ extraídos de alguna población, se muestra la fórmula siguiente:

$$\bar{x} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_N}{N} = \frac{\sum_{d=1}^N X_N}{N} = \frac{\Sigma X}{N}$$

$\bar{x}$ = Media aritmética o media

x = Valor de cada elemento

N = Número total de cada elemento

Ejemplos.

- a) Determina la media aritmética de los números 8, 7, 9, 9 y 10

$$\bar{x} = \frac{8+7+9+9+10}{5} = 8.6$$

- b) El equipo de basquetbol de CECyTE tiene 10 jugadores (titulares y reservas) con las siguientes estaturas en metros: 1.89, 1.94, 1.81, 1.86, 1.76, 1.87, 1.91, 1.79, 1.84, 1.82; determina la media aritmética de las estaturas.

$$\bar{x} = \frac{1.89+1.94+1.81+1.86+1.76+1.87+1.91+1.79+1.84+1.82}{10} = 1.849$$

2. **La media aritmética ponderada** es una generalización de la media aritmética. Es una medida de tendencia central, que es apropiada cuando en un conjunto de datos cada uno de ellos tiene una importancia relativa (o peso) respecto de los demás datos. Se obtiene multiplicando cada uno de los datos por su ponderación (peso) para luego sumarlos, obteniendo así una suma ponderada; después se divide esta entre la suma de los pesos, dando como resultado la **media ponderada**.

Ejemplo:

- a) Se puede usar una media ponderada para calcular la nota final de un curso escolar, en donde se asigna distinta importancia (peso) a los distintos exámenes que se realicen. Por ejemplo, los dos primeros exámenes tienen un peso o valor de 30% y 20% respectivamente, y el último del 50%; las calificaciones respectivas son de 6.4, 9.2 y 8.1, entonces la nota final corresponde a la siguiente media ponderada:

Datos: $X = \{6.4, 9.2, 8.1\}$

$W = \{0.3, 0.2, 0.5\}$

Media Ponderada: $\bar{x} = \frac{(6.4)(0.3) + (9.2)(0.2) + (8.1)(0.5)}{0.3 + 0.2 + 0.5} = 7.81$

- b) Si el examen final de Pensamiento matemático cuenta tres veces más que una evaluación parcial y un estudiante tiene calificación de 90 final y 75, 90 en los dos parciales, la calificación media es:

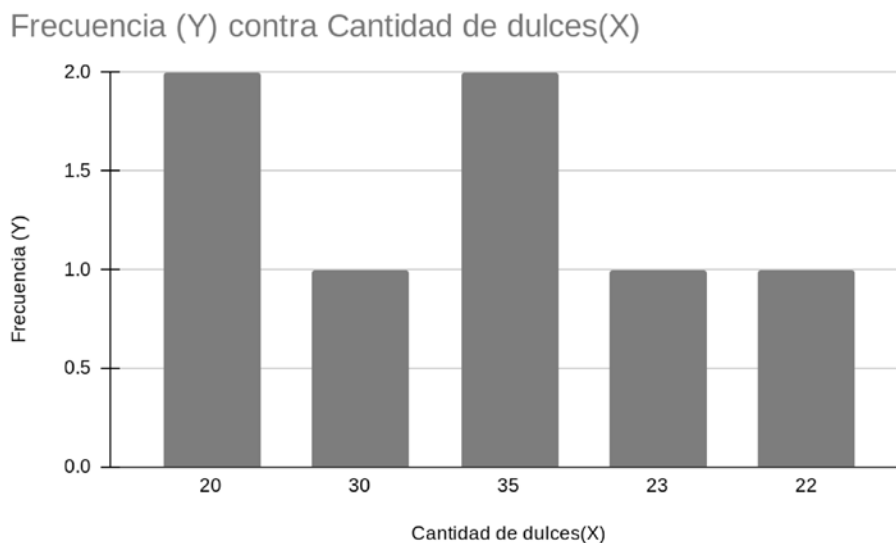
Media Ponderada: $\bar{x} = \frac{(1)(75) + (1)(90) + (3)(95)}{1 + 1 + 3} = 90$

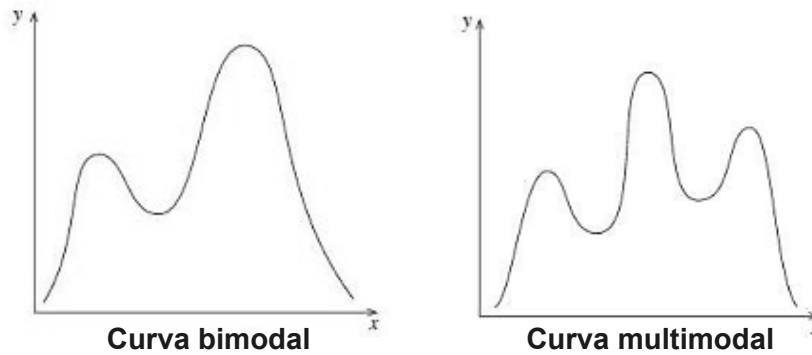
3. La moda es uno de los tres estadísticos de tendencia central más importantes en una muestra extraída de una población descrita por alguna variable aleatoria. En **estadística**, la **moda** es el valor que aparece con mayor frecuencia en un conjunto de datos.

Moda para datos aislados. Para datos aislados, la moda es el valor (o valores) que tiene la mayor frecuencia relativa en una muestra extraída de cierta población. Hablando de poblaciones, es posible que una curva de distribución de probabilidad (o distribución de frecuencias) que describe la distribución de probabilidad de esa población tenga dos o más modas. En esos casos se suelen llamar distribuciones **bimodales** o **multimodales**.

Ejemplo:

- a) En la siguiente tabla se muestra la cantidad de dulces consumidos por día en la hora de receso por los alumnos de segundo semestre.





4. La mediana $\bar{x}$, que se define como el valor que se encuentra a la mitad del conjunto de datos ordenados de manera ascendente (también puede ser descendente, aunque es muy poco común).

Como la mediana se basa en los datos medios de un conjunto, no es necesario conocer el valor de los resultados extremos para calcularla. Por ejemplo, en una prueba de psicología en la que se investiga el tiempo necesario para resolver un problema, si un pequeño número de personas no consigue resolver el problema en absoluto en el tiempo dado, se puede calcular la mediana.

- Si n es impar, la mediana es el valor que ocupa la posición $\frac{n+1}{2}$ una vez que los datos han sido ordenados (en orden creciente o decreciente), porque este es el valor central. Es decir:

Ejemplo

En nuestro primer ejemplo, contamos con un número impar de valores observados. Imagínate que, en un seminario de formación, se pregunta a once participantes por su edad, y las respuestas son las siguientes: 28, 34, 51, 19, 62, 43, 29, 38, 45, 26, 49.

En primer lugar, ordena las respuestas de menor a mayor:

Ascendente: 19, 26, 28, 29, 34, 38, 43, 45, 49, 51, 62

$$n = 11 \quad \frac{11+1}{2} = \frac{12}{2} = 6$$



Respuesta: 38

- Si n es par, la mediana es la media aritmética de los dos valores centrales. Cuando n es par, los dos datos que están en el centro de la muestra ocupan las posiciones $\frac{n}{2} = \frac{6}{2} = 3$ y $\frac{6+7}{2} = 6.5$

Por ejemplo, si tenemos 6 datos,

Ejemplo

b) Hallar la mediana de: 5, 6, 6, 10, 7, 8

Ascendente: 5, 6, 6, 7, 8, 10

Descendente: 10, 8, 7, 6, 6, 5

5. Media armónica.

La media armónica H de un conjunto de N números $X_1, X_2, X_3, \dots, X_N$ es el recíproco de la media aritmética de los recíprocos de los números: (Spiegel, Stephens, 2009, 65) Los elementos del conjunto deben ser necesariamente no nulos. Esta media es poco sensible a los valores grandes y los infravalora respecto a la media aritmética, pero muy sensible a los valores próximos a cero, ya que los recíprocos $1/X_i$ son muy altos, Si algún valor fuese cero, la media armónica quedaría indeterminada.

$$H = \frac{N}{\frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} + \frac{1}{X_3} + \dots + \frac{1}{X_N}}$$

Ejemplo

Un tren realiza un trayecto de 400 km. La vía tiene en mal estado que no permitían correr. Los primeros 100 km los recorre a $120 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, los siguientes 100 km la vía está en mal estado y va a $20 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, los terceros a $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, y los 100 últimos a $130 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Para calcular el promedio de velocidades, calculamos la media armónica.

La media armónica es de $H = 52,61 \text{ km/h}$.

$$H = \frac{4}{\frac{1}{120} + \frac{1}{20} + \frac{1}{100} + \frac{1}{130}} = \frac{4}{\frac{593}{7800}} = \frac{4 \cdot 7800}{593} = 52,61$$

6. Media geométrica.

La media geométrica resulta útil para determinar el cambio promedio de porcentajes, razones, índices o tasas de crecimiento. Posee amplias aplicaciones en la administración y la economía, ya que con frecuencia hay interés en determinar los cambios porcentuales de ventas, salarios o cifras económicas, como el producto interno bruto, los cuales se combinan o se basan unos en otros. La media geométrica de un conjunto de n números positivos se define como la raíz n -ésima de un producto de x variables. (lind, Marchal, Wathen, 2012, 72)

Ejemplo:

α) La media geométrica de 2, 4, 9 es

MG= Media Geométrica

N= Número de datos

X= Representa cualquier valor particular.

$MG = \sqrt[N]{X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdot \dots \cdot X_{N-1} \cdot X_N}$ Es la raíz N-ésima del producto de N valores.

$$MG = \sqrt[3]{2 \cdot 4 \cdot 9} = \sqrt[3]{72} = 4.1602$$

Medidas de dispersión y dispersión relativa: para datos agrupados.

Según ecured (2019) Las medidas de dispersión muestran la variabilidad de una distribución, indicando por medio de un número, si las diferentes puntuaciones de una variable están muy alejadas de la media.

Las medidas de dispersión más utilizadas son el rango, la desviación estándar y la varianza.

- Cuanto mayor sea ese valor, mayor será la variabilidad, cuanto menor sea, más homogénea
- Las medidas de dispersión son números reales no negativos, su valor es igual a cero cuando los datos son iguales y este se incrementa a medida que los datos se vuelven más diversos.

7. Rango

Indica la dispersión entre los valores extremos de una variable. se calcula como la diferencia entre el mayor y el menor valor de la variable. Se denota como **R**. Para datos ordenados se calcula como: **R= X máximo - X menor**

Ejemplo

Determina el rango para datos no agrupados de los siguientes números

3, 5, 5, 10, 15

R=15-3

R=11

Determina el rango para datos agrupados

Por límites es

R=35-20=15

Por marcas de clase

R=47.5-22.5=25

Intervalos de clase	Marcas de clase	Frecuencia
20-25	22.5	4
25-30	27.5	6
30-35	47.5	3

8. Desviación media.

Es la media aritmética de los valores absolutos de las diferencias de cada dato respecto a la media. Según ecured (2019)

Ejemplo para datos no agrupados

Determina la desviación media del conjunto de elementos numéricos 5, 8, 11, 13, 17, 21 y 24.

$$\bar{x} = \frac{\Sigma}{N} = \frac{5+8+11+13+17+21+24}{7} = \frac{99}{7} = 14.142$$

$$DM = \frac{|5-14.142| + |8-14.142| + |11-14.142| + |13-14.142| + |17-14.142| + |21-14.142| + |24-14.142|}{7} =$$

$$DM = \frac{9.142 + 6.142 + 3.142 + 1.142 + 2.858 + 6.858 + 9.858}{7} = \frac{39.142}{7} = 5.591 \approx 5.6$$

La desviación media del conjunto de elementos numéricos es 5.6.

Ejemplo para datos agrupados

Determina la desviación media de los salarios semanales en miles de pesos de 78 padres de familia.

Intervalos (salarios)	Frecuencia de clase (f)
96 - 125	4
125 - 154	9
154 - 183	17
183 - 212	25
212 - 241	16
241 - 270	7
N=78	

Intervalo (salarios)	Marcas de clase (X)	Frecuencia de clase (f)	fX =
96-125	96+1252=110.5	4	(4)(110.5) = 442
125-154	125+1542=139.5	9	12255.5
154 - 183		17	
183 - 212		25	
212 - 241		16	
241 - 270		7	
		N=78	$\sum fX=$

$$\bar{x} = \frac{\sum fX}{N}$$

$ x - \bar{x} $	$f x - \bar{x} $
	$\sum f x - \bar{x} =$

$$DM = \frac{\sum f |x - \bar{x}|}{N}$$

9. Desviación estándar.

La desviación estándar mide el grado de dispersión de los datos con respecto a la media, se denota como s para una muestra o como σ para la población. Se define como la raíz cuadrada de la varianza según la expresión:

Es una medida de dispersión usada en estadística que nos dice cuanto tienden a alejarse los valores puntuales del promedio en una distribución, es el promedio de la distancia de cada punto respecto del promedio (Quintana, 1992). si se conoce la varianza se calcula: datos agrupados



Es momento de practicar.

1. Investigue ¿a qué edad se jubilan los trabajadores?
2. Investigue las propiedades de la desviación estándar

Halle:

la media, la mediana y la moda de las edades de jubilación de los trabajadores;
la desviación media de la edad de jubilación de los trabajadores;
el rango semi intercuartil (o desviación cuartil) para la distribución de las edades de jubilación;
la desviación estándar de las edades de jubilación de los trabajadores, y
los deciles $D_1 \dots D_9$ de las edades de jubilación de esos trabajadores.

10. Varianza.

Es otro parámetro utilizado para medir la dispersión de los valores de una variable respecto a la media. Corresponde a la media aritmética de los cuadrados de las desviaciones respecto a la media. Según Ecured (2019) datos agrupados.

Varianza Es el resultado de la división de la sumatoria de las distancias existentes entre cada dato y su media aritmética elevadas al cuadrado y el número total de datos (elaboración propia). datos no agrupados.

	Desviación media	Desviación estándar	Varianza
Datos individuales	$DM = \frac{\sum_{i=1}^n x_i - \bar{x} }{n}$	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$	$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$
Datos no agrupados	$DM = \frac{\sum_{i=1}^n f_i \cdot x_i - \bar{x} }{n}$	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (f_i)(x_i - \bar{x})^2}{n}}$	$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (f_i)(x_i - \bar{x})^2}{n}$
Datos agrupados	$DM = \frac{\sum_{i=1}^n f_{MCi} \cdot MC_i - \bar{x} }{n}$	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (f_{MCi})(MC_i - \bar{x})^2}{n}}$	$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (f_{MCi})(MC_i - \bar{x})^2}{n}$

Ejemplo

Encuentra la varianza y la desviación típica o estándar de los siguientes datos numéricos 5, 4, 6, 10 y 14.

$$\bar{x} = \frac{\sum N}{N} = \frac{5+4+6+10+14}{5} = \frac{39}{5} = 7.8$$

$$\sigma^2 = \frac{(5-7.8)^2 + (4-7.8)^2 + (6-7.8)^2 + (10-7.8)^2 + (14-7.8)^2}{5} = \frac{(2.8)^2 + (3.8)^2 + (1.8)^2 + (2.2)^2 + (6.2)^2}{5}$$

$$\frac{7.84+14.44+3.24+4.84+38.44}{5} = \frac{68.8}{5} = 13.76$$

La desviación típica

$$\sigma = \sqrt{\frac{(5-7.8)^2 + (4-7.8)^2 + (6-7.8)^2 + (10-7.8)^2 + (14-7.8)^2}{5}} = \sqrt{\frac{68.8}{5}} = \sqrt{13.76} = 3.7094$$

11. Rango intercuartílico (IQR), que se define como la diferencia entre los cuartiles 1 y 3, e indica en donde se encuentra la mediana de un conjunto de datos, por lo que para calcularlo es necesario conocer que es un cuartil.

Los cuartiles (Q) son 3 valores que dividen al conjunto de datos en 4 partes iguales (Westreicher, 2021).

Así como es posible dividir al conjunto de datos en 4 partes iguales, también es común que se divida en 10 o 100 partes, llamadas deciles (Di) y percentiles (Pi), respectivamente; para encontrar valores, podemos escribir una expresión de acuerdo con la cantidad entre la cual deseamos dividir los datos.

$$n = \text{número de datos}$$

$$i = \text{número de cuartil, decil o percentil}$$

Determina el rango intercuartílico y la desviación cuartílica del siguiente conjunto de datos numéricos ordenados: 17, 19, 21, 24, 27, 29, 31, 33, 36, 38, 40, 43, 47, 50, 53, 58, 61, 63, 65 y 69.

Ejemplo: el conjunto de $N=20$ datos, por lo que primero se determinan los valores correspondientes a los cuartiles Q_1 y Q_3

Para el primer cuartil d1, el valor de $\frac{kN}{4}$ es:

$$\frac{kN}{4} = \frac{(1)(20)}{4} = 5$$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
17	19	21	24	27	29	31	33	36	38	40	43	47	50	53	58	61	63	65	69
1					2					3					4				

$$Q_1 = \frac{27+29}{2} = 28$$

Tercer cuartil

$$\frac{kN}{4} = \frac{(3)(20)}{4} = 15$$

$$Q_3 = \frac{53+58}{4} = 55.5$$



Elaboramos



ACTIVIDAD



Instrucciones: lean cuidadosamente las siguientes actividades y realicen lo que se solicita.

1. Reunidos en equipos, realicen una investigación sobre un tema de interés social. Puedes apoyarte de la página de INEGI <https://inegi.org.mx/>

Ejemplos:

- a) Estándares de vida material (ingreso, consumo y riqueza).
- b) Salud.
- c) Educación.
- d) Actividades personales, incluyendo la del trabajo.
- e) Gobierno.
- f) Conexiones y relaciones sociales.
- g) Medioambiente (condiciones presentes y futuras).
- h) Inseguridad, de naturaleza económica y física.





Evaluamos



ACTIVIDAD



Instrucciones: : lee con atención y realiza lo que se indica.
A continuación, se tienen las edades de 20 alumnos del CECyTE BC:

15	18	16	17	17
19	17	18	19	16
15	18	15	15	15
15	16	17	16	16

De manera individual pregunta la edad a 20 estudiantes de diferentes semestres, en donde debes obtener las medidas de tendencia central y de dispersión.

- a) Moda
- b) Mediana
- c) Rango
- d) Desviación media
- e) Varianza
- f) Desviación estándar



Explica un evento aleatorio cuyo comportamiento puede describirse a través del estudio de la distribución normal y calcula la probabilidad de que dicho evento suceda.

Meta de aprendizaje

M4 Argumenta a favor o en contra de afirmaciones acerca de situaciones, fenómenos o problemas propios de la matemática, de las ciencias o de su contexto.

M3 Aplica procedimientos, técnicas y lenguaje matemático para la solución de problemas propios del Pensamiento Matemático, de Áreas de Conocimiento, Recursos Sociocognitivos, Recursos Socioemocionales y de su entorno.

Categoría

C2 Procesos de intuición y razonamiento.

C3 Solución de problemas y modelación.

Subcategoría

S1 Capacidad para observar y conjeturar.

S2 Pensamiento intuitivo.

S3 Pensamiento formal.

S1 Uso de modelos.

S3 Estrategias heurísticas y ejecución de procedimientos no rutinarios.

Contenido

1.- Campana de Gauss.





Enganchamos



¿Sabías que?

La distribución normal es aquella en que la mayor probabilidad de ocurrencia se centra alrededor de la media; en consecuencia, es menor su probabilidad cuanto más alejada se encuentra de la media.



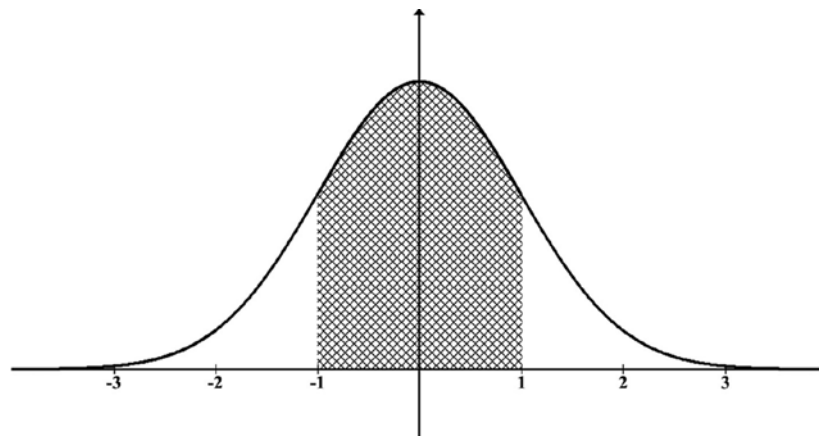
Exploramos

Campana de Gauss.

La distribución de probabilidad es una función que asigna a un suceso o evento una probabilidad de ocurrencia (variable aleatoria).

Gráficamente se obtiene una curva llamada campana de Gauss. La ubicación y forma de la curva depende de la media y de la desviación estándar.

La curva normal estándar es la que tiene una media $\mu=0$, su desviación estándar es $\sigma=1$, su área total entre la curva y el eje x es 1, con lo cual se puede relacionar el área bajo la curva con la probabilidad de ocurrencia. Si es simétrica de la media hacia la izquierda o hacia la derecha, se encuentra a la mitad del área, es decir, la probabilidad de ocurrencia de la media o menor a esta es del 50%.





Explicamos



ACTIVIDAD GUIADA POR EL DOCENTE



Instrucciones: realiza una tabla de frecuencias y la gráfica de barras respectiva para determinar si se trata de una distribución normal.

A un grupo de personas se le tomó la medida de su estatura en centímetros. Las estaturas son las siguientes:

165,150,149,152,153,160,153,171,161,171,160,158,154,162,155,160,153,162,15
6154,155,161,158,163,157,162,151,156,155,158,162,169,168,164,165,157,159,1
62159,158,164,159,156,158,165,167, 162,156,165,168.

1) ordenar los números de menor a mayor.

2) Realiza una tabla de frecuencias con intervalos de tres unidades de rango.

Clase	Frecuencia
149- 151	
151-154	
154-157	
157-160	
160-163	
163-166	
166-169	
169-172	

3) Construye una gráfica de barras.

4) Calcula la media aritmética.

5) Explica cómo es la distribución de los datos en la gráfica de barras con respecto a la media.

**Elaboramos****ACTIVIDAD GUIADA POR UN TUTOR**

Instrucciones: organizados en equipos de 4 elementos, realiza una tabla de frecuencias y la gráfica de barras respectiva para determinar si se trata de una distribución normal.

En una prueba de lectura, 8 niños obtuvieron las siguientes calificaciones:

46,48,64,76,78,54,39,80,48,60,64,59,62,57,57,61,63,68,72,64,57,59,65,68,67,71,
72,75,94,86,41,68,67,61,69,76,65,66,28,68,67,61.

1) ordenar los números de menor a mayor.

2) Calcula la media aritmética.

3) Realiza una tabla de frecuencias con intervalos de 11 unidades de rango.

Clase	Frecuencia
28-39	
39-50	
50-61	
61-72	
72-83	
83-94	

4) Construye una gráfica de barras.

5) Explica cómo es la distribución de los datos en la gráfica de barras con respecto a la media.



Evaluamos



ACTIVIDAD



Instrucciones: de forma individual resuelve la siguiente actividad donde un grupo de alumnos obtuvieron las siguientes calificaciones.

La siguiente lista muestra los gastos semanales en dólares de 24 familias en Estados Unidos de Norteamérica (datos hipotéticos).

85	75	81	73	97	109
100	85	95	88	98	78
98	76	100	68	108	89
88	64	81	70	105	64

1) ¿Cuál es el orden correcto de los números de menor a mayor?

- a) 64,64,68,70,73,75,76,78,81,81,85,85,88,88,89,95,97,98,98,100,100,105,108,109
- b) 100,68,70,73,75,76,78,81,81,85,85,88,88,89,95,97,98,98,100,100,105,108,109
- c) 64,64,68,70,73,75,76,78,81,81,85,85,88,88,89,95,97,98,98,100,100,105,108,109
- d) 109,108,105,100,100,98,98,97,95,89,88,88,85,81,81,78,76,75,73,70,68,64,64.

2) ¿Cuál es el valor de la media aritmética?

- a) 96.45
- b) 65.89
- c) 86.45
- d) 106.67

Nota: realiza una tabla de frecuencias con intervalos de 5 unidades de rango.

3) ¿Cuál es la frecuencia para la clase 64-69?

- a) 3
- b) 2
- c) 5
- d) 0
- e) 4
- f) 1

4) ¿Cuál es la frecuencia para la clase 69 -74?

- | | |
|------|------|
| a) 3 | d) 0 |
| b) 2 | e) 4 |
| c) 5 | f) 1 |

5) ¿Cuál es la frecuencia para la clase 74 -79?

- | | |
|------|------|
| a) 3 | d) 0 |
| b) 2 | e) 4 |
| c) 5 | f) 1 |

6) ¿Cuál es la frecuencia para la clase 79 -84?

- | | |
|------|------|
| a) 3 | d) 0 |
| b) 2 | e) 4 |
| c) 5 | f) 1 |

7) ¿Cuál es la frecuencia para la clase 84 -89?

- | | |
|------|------|
| a) 3 | d) 0 |
| b) 2 | e) 4 |
| c) 5 | f) 1 |

8) ¿Cuál es la frecuencia para la clase 89-94?

- | | |
|------|------|
| a) 3 | d) 0 |
| b) 2 | e) 4 |
| c) 5 | f) 1 |

9) ¿Cuál es la frecuencia para la clase 94-99?

- | | |
|------|------|
| a) 3 | d) 0 |
| b) 2 | e) 4 |
| c) 5 | f) 1 |

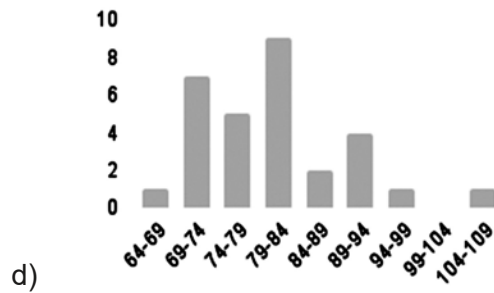
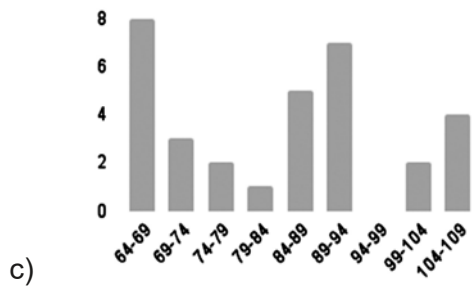
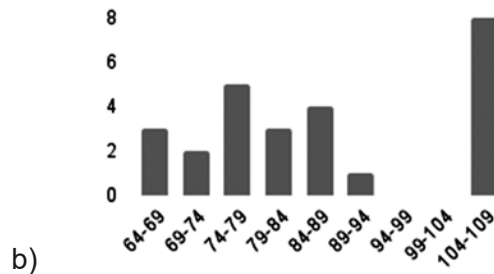
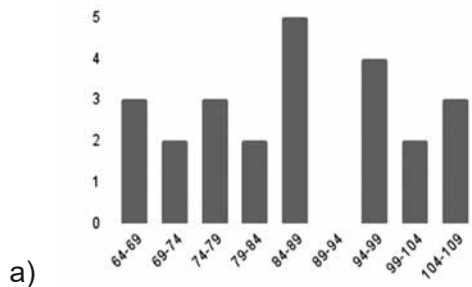
10) ¿Cuál es la frecuencia para la clase 99-104?

- | | |
|------|------|
| a) 3 | d) 0 |
| b) 2 | e) 4 |
| c) 5 | f) 1 |

11) ¿Cuál es la frecuencia para la clase 104-109?

- | | |
|------|------|
| a) 3 | d) 0 |
| b) 2 | e) 4 |
| c) 5 | f) 1 |

12) ¿Cuál gráfica muestra la distribución correcta de los datos ?



13) Explica cómo es la distribución de los datos en la gráfica de barras con respecto a la media.

14) ¿Donde se concentran la mayoría de los datos?





Valora la posibilidad de hacer inferencias a partir de la revisión de algunas propiedades de distribuciones y del sentido de la estadística inferencial con la finalidad de modelar y entender algunos fenómenos.

Meta de aprendizaje

M3 Comprueba los procedimientos usados en la realización de problemas utilizando diversos métodos, empleando recursos tecnológicos o la interacción con sus pares.

M4 Argumenta a favor o en contra de afirmaciones acerca de situaciones, fenómenos o problemas propios de la matemática, de las ciencias o de su contexto.

M4 Construye y plantea posibles soluciones a problemas de Áreas de Conocimiento, Recursos Sociocognitivos, Recursos Socioemocionales y de su entorno, empleando técnicas y lenguaje matemático.

Categoría

C1 Procedural.

C2 Procesos de intuición y razonamiento.

C3 Solución de problemas y modelación.

Subcategoría

S4 Manejo de datos e incertidumbre.

S1 Capacidad para observar y conjeturar.

S2 Pensamiento intuitivo.

S3 Pensamiento formal.

S2 Construcción de modelos.

S3 Estrategias heurísticas y ejecución de procedimientos no rutinarios.

Contenido

1.-Propiedades de distribución.

2.-Sentido de la estadística inferencial.



Enganchamos



¿Sabías que?

La estadística es una ciencia cuyas técnicas hacen posible recopilar datos, resumirlos, analizarlos y obtener inferencias.



Exploramos

Propiedades de distribución.

El análisis de los datos es un proceso que conjuga al menos cinco acciones:

- 1) La anticipación de una o varias técnicas estadísticas útiles para obtener información a partir de datos.
- 2) El resumen de los datos en tablas o gráficas
- 3) El uso de métodos estadísticos como la toma de muestras; el cálculo de percentiles, promedios, medidas de dispersión, etc.
- 4) La descripción e interpretación de los resultados o inferencia, que se apoyan siempre en los conceptos estadísticos y en los resultados de los métodos aplicados en el contexto del estudio.
- 5) La comunicación de las conclusiones.



Explicamos



ACTIVIDAD GUIADA POR EL DOCENTE



Instrucciones: dos velocistas que corren los 100 metros planos son probados por su comité olímpico para determinar quién es el más rápido o el más eficiente, a fin de construir una estrategia para competir en los 400 metros con relevos. El que cumpla las condiciones debe cerrar la carrera. Para tal efecto, los corredores son observados en diez carreras uno contra el otro y se registran los tiempos. Los resultados de los tiempos obtenidos en segundos por cada uno se muestran en la tabla. Total, de datos 10.

# carrera	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Velocista "A"	9.41	9.83	11.13	12	10.69	8.95	9.43	9.35	10.03	10
Velocista "B"	9.17	9.94	9.05	9.96	9.11	9.01	9.80	9.50	10.04	10.03

1) Calcular la media para A y B.

2) Calcular la mediana para A y B.

3) Calcular la moda para A y B

--	--

4) Frecuencia de la moda A y B

--	--

5) Calcula el rango A y B

--

6) Calcula la desviación estándar y la varianza de A y B.

--

Sentido de la estadística inferencial.

De acuerdo a los datos calculados se dan las siguientes conclusiones.

- 1) En promedio el corredor B recorre los 100 metros en menos tiempo que el corredor A: 9.65 segundos contra 10.08 segundos.
- 2) De acuerdo con las medianas, el corredor B recorre la distancia aproximadamente 50% de las veces en menos de 9.65 segundos, mientras que el corredor A 50% de las veces la recorre en menos de 9.915 segundos.
- 3) La desviación estándar de B es menor que la de A; por lo tanto, sus registros son más parecidos o están concentrados alrededor de la media aritmética, esto es, en general más próximos a 9.65 segundos. No sucede así con el corredor A, lo cual indica menor precisión alrededor de su promedio. El corredor A es, además de más rápido en general, más preciso o constante con respecto a su velocidad promedio.
- 4) Luego, el atleta A debe correr cerrando la carrera.



Elaboramos



ACTIVIDAD GUIADA POR UN ALUMNO TUTOR

Instrucciones: examina los siguientes conjuntos de datos y considéralos como muestras. Realiza en equipo lo que se te pide.

conjunto 1	1	2	2	3	3	6
conjunto 2	1	4	4	5	5	6

1) Calcular la media para 1 y 2.

2) Calcular la mediana para 1 y 2.

--	--

3) Calcular la moda para 1 y 2.

--	--

4) Frecuencia de la moda 1 y 2.

--

5) Calcula el rango 1 y 2

--

6) Calcula la desviación estándar de 1 y 2.

7) Calcula la varianza de 1 y 2.

8) ¿En cuál conjunto de datos hay mayor dispersión?

9) ¿En cuál conjunto hay más sesgo?

10) ¿De qué tipo son los sesgos? ¿Qué indican?



Evalúamos



ACTIVIDAD



Instrucciones: de forma individual realiza el proceso para el siguiente ejercicio y subraya la respuesta correcta.

En un experimento psicológico, se les muestra en tres ocasiones a cada uno de ocho niños de cuatro años seleccionados al azar la manera de armar un juguete. Se hace igual con el mismo juguete y con otros niños de seis años. En cada caso se tomaron los tiempos en minutos que tardaron en armar ellos mismos el juguete, y se muestran en la tabla siguiente:

Edad	Tiempo en minutos						
6 años	1.4	1.6	1.4	1.5	1.2	1.4	1.3
4 años	1.6	2.4	1.8	1.9	1.8	2.0	1.4

Calcular la media para 6 y 4 años.	Calcular la mediana para 6 y 4 años.
Calcular la moda para 6 y 4 años.	Frecuencia de la moda 6 y 4 años
Calcula el rango para 6 y 4 años.	Calcula la desviación estándar 6 y 4
Calcula la varianza para 6 y 4 años.	
De acuerdo a los datos calculados se dan las siguientes conclusiones.	

REFERENCIAS

- Christensen, H. Estadística paso a paso. Trillas. 3ª edición. México. 2001.
- Martínez, C. Estadística Básica Aplicada. ECOE Ediciones. Tercera Edición. Bogotá. 2006.
- Marques, M. Probabilidad y Estadística para Ciencias Químico-Biológicas. Mc.Graw Hill. México. 1991 Spiegel, M. Probabilidad y Estadística. Mc.Graw Hill. México. 1975
- Kelmansky, D. M. (2009). Estadística para todos. Buenos Aires: Ministerio de Educación-Instituto Nacional de Educación Tecnológica.
- Ross, S. M. (2018). Introducción a la estadística. Reverté.
- Sampieri, R., Fernández, C., & Baptista, L. (2014). Definiciones de los enfoques cuantitativo y cualitativo, sus similitudes y diferencias. RH Sampieri, Metodología de la Investigación, 22.
- Gómez, M. (2014). Estadística descriptiva. Oficina de publicaciones de la Universidad.
- Del Pino, S. B. (2008). Estadística descriptiva e inferencial. Innovación y experiencias educativas, 2-10.
- Instituto Nacional de Estadística y Geografía(INEGI). (s/f). Censo Nacional de Gobiernos Municipales y Demarcaciones Territoriales de la Ciudad de México 2023. Org.mx. Recuperado el 31 de mayo de 2024, de <https://www.inegi.org.mx/programas/cngmd/2023/>
- Instituto Nacional de Estadística y Geografía(INEGI). (s/f-a). Censo de Población y Vivienda 2020. Org.mx. Recuperado el 31 de mayo de 2024, de <https://www.inegi.org.mx/programas/ccpv/2020/>
- Cruz Diaz, M. L., Jimenez Bernardino, A. H., Neri Tontle, R., & Torres Gutierrez, J. H. (016). Probabilidad y estadística (1ra ed., Vol. 6). KeepReading.
- Marquez Elias, M. A. (2007). Probabilidad y estadística (1ra ed.). DGETI.
- Cruz Diaz, M. L., Jimenez Bernardino, A. H., Neri Tontle, R., & Torres Gutierrez, J. H. (2016). Probabilidad y estadística (1ra ed., Vol. 6). KeepReading.
- Marquez Elias, M. A. (2007). Probabilidad y estadística (1ra ed.). DGETI.
- Valdés Medina, F. E. Estadística Unidad III.

MIS NOTAS:

This image shows a blank sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and extend across the width of the page. There is a solid black header bar at the top of the page.

Pensamiento Matemático

Se terminó de imprimir en los talleres de **Grupo de Servicios Gráficos del Centro, S.A. de C.V.**, con domicilio en calle Lambda No. 216, Esq. Omega Fracc. Industrial Delta, C.P. 37545 León, Guanajuato.

Con un tiraje de 11,120 ejemplares.

Impresos en México/Printed in Mexico.